

Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema
Profesores Auxiliares : José Luis Malverde
: Evelyn Andaur

CLASE AUXILIAR
2 DE NOVIEMBRE 2006

1. Considere una peluquería en la cual trabajan dos personas, un peluquero y su ayudante. El peluquero posee una única silla en la cual corta el pelo según una exponencial de media 10 minutos, mientras que su ayudante lava el pelo, en otra silla, según una exponencial de media 4 minutos. Los clientes llegan según un proceso de Poisson de tasa $\lambda_c = 6$ [$\frac{\text{clientes}}{\text{hora}}$]. Los clientes se lavan el pelo antes de cortárselo con probabilidad p , y pasan directamente a cortárselo con probabilidad $(1 - p)$. Si un cliente llega y encuentra ocupada la silla correspondiente (lavado o corte) se marcha del local. Los clientes que se lavan el pelo deberán esperar a que la silla del peluquero se encuentre desocupada para dejar la silla en la cual se encuentran.

Modele el sistema y plantee las ecuaciones de balance. En base a las probabilidades estacionarias, determine el número esperado de clientes en el local en cualquier instante.

2.
 - a) A un banco llegan clientes, los cuales se ponen en la fila de la única caja. Además se sabe que la probabilidad que el tiempo transcurrido entre la llegada de dos clientes sea mayor a 8 minutos es e^{-16} . La atención demora una media de 0,2 minutos.
 - 1) Modele el sistema y muestre que la solución de las ecuaciones de balance es:

$$P_i = P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^i \quad \forall i$$

- 2) Qué condición debe cumplirse para la existencia de probabilidades en régimen permanente? Se cumplen en este caso? Determine P_0 .
 - b) Suponga ahora que el banco funciona como autoservicio (vía internet) con tasa de llegada λ y tasa de autoatención μ . Modele el sistema.
3. Un grupo de 4 amigos acude a una famosa pizzería en la cual sirven una cantidad ilimitada de trozos de pizza según un proceso de Poisson de tasa λ . El mozo servirá trozos hasta que haya 6 en la mesa (entre los que están siendo comidos y los que están sobre la mesa), por su parte los amigos comerán los trozos de pizza según un tiempo exponencial de tasa μ .

- a) Dibuje el diagrama de estados correspondiente al sistema “trozos de pizza en la mesa”.
- b) Plantee las ecuaciones de balance.
- c) Suponiendo conocidas las probabilidades estacionarias, encuentre el número esperado de trozos de pizza que hay SOBRE la mesa.
- d) Suponga que, una vez que hay 6 trozos sobre la mesa, el mozo se sienta junto a los amigos a comer, hasta que no quede ningún trozo de pizza, momento en el cual volverá a trabajar (el mozo también come a tasa μ) Para esta nueva situación:

1) Dibuje el nuevo diagrama de estados.

2) Plantee las nuevas ecuaciones de Estado.

4. En un criadero de chanchos nacen chanchitos según una exponencial de media $\frac{1}{\lambda}$ [meses]. En cada nacimiento, pueden dar a luz desde 1 hasta 5 chanchitos con probabilidad p_i de que nazcan exactamente i chanchitos.

El criadero tiene una sección de lactancia con capacidad para amamantar a un máximo de tres chanchitos simultáneamente, los cuales amamantarán un tiempo exponencial de media $\frac{1}{\mu}$ [meses], luego de lo cual alcanzan la independencia dejando de amamantar.

Los chanchitos que no sean amamantados desde el momento de nacer mueren instantáneamente.

- a) Dibuje el diagrama de estados del sistema: chanchitos (vivos) en la etapa de lactancia.
- b) Plantee las ecuaciones de balance.
- c) En base a las probabilidades estacionarias, determine el número promedio de potenciales salchichas, que pueden obtenerse con los chanchitos en lactancia, en régimen estacionario. Para esto considere la siguiente función:
 $f(n) = 50n^2$ salchichas (con $n = n^o$ de chanchitos)
- d) Encuentre una expresión para la tasa efectiva de nacimiento de chanchitos (i.e. descartando los que mueren tras nacer).