

Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema
Profesores Auxiliares : José Luis Malverde
: Evelyn andaur

CLASE AUXILIAR
30 DE OCTUBRE 2006

1. a) Demuestre que una v.a. continua que toma solo valores positivos cumple la propiedad siguiente, si y solamente si se distribuye según una exponencial:

$$\mathbb{P}(x > s + t | x > s) = \mathbb{P}(x > t)$$

- b) Sean las v.a. $\{X_i\}_{i=1}^n$, tales que $X_i \rightarrow e(\lambda)$. Determine la densidad de $X = \min\{X_i\}$.

2. “Proceso de Poisson filtrado”

En una marcha por la Alameda transitan “estudiantes” según un proceso de Poisson de tasa λ . Se sabe que una persona que participa de la marcha es “infiltrado” con probabilidad p . Los Carabineros detectan a los infiltrados, invitándolos a subir a su bus, antes de que lleguen al Ministerio. Si Y_t denota el número de personas (infiltrados) que amablemente suben al bus de Carabineros, en el intervalo $[0, t]$, determine las ecuaciones diferenciales para Y_t y “encuentre” su solución (suponga que el bus de Carabineros tiene capacidad infinita y que ningún infiltrado rechaza la invitación a subir a tan cómodo medio de transporte). Repita el razonamiento anterior e indique a qué proceso corresponde X_t : número de personas que pasan por el Ministerio.

3. A un centro médico llegan dos tipos de pacientes, los leves, que llegan según un proceso de Poisson de tasa $\lambda = 2$ y los graves, que llegan según un proceso de Poisson de tasa $\lambda = 4$. Los pacientes graves deben ser atendidos de manera inmediata, de lo contrario mueren instantáneamente. El centro médico funciona las 24 horas del día, iniciándose la jornada a las 7:00 a.m. Los pacientes graves al final de la jornada son derivados a un hospital. Suponga que los pacientes leves NO utilizan camas.

- a) Determine una expresión que permita obtener el número de camas necesarias, para que no queden pacientes graves sin una, con probabilidad 0,95
- b) El médico de turno llegó 5 minutos atrasado (a las 7:05) y se sabe que entre las 7:00 y 8:00 ingresó un solo paciente. Calcule la probabilidad de que haya

muerto.

- c)* Si en un intervalo de tiempo llegan 10 pacientes, determine la probabilidad de los primeros 5 sean graves y los siguientes 5 sean leves.
 - d)* Para hacer ingreso de un paciente se debe llenar un formulario. El funcionario que llena los formularios debe ausentarse por unos minutos. Calcule el tiempo máximo que puede ausentarse, para que la probabilidad de que llegue un paciente durante su ausencia sea menor a 0.05.
- 4. A un local llegan vehículos según un proceso de Poisson de tasa λ . En cada vehículo vienen dos personas con probabilidad p y una sola con probabilidad $1 - p$. Dentro del local los clientes son atendidos individualmente según un proceso de Poisson de tasa μ . Modele el sistema en régimen permanente y plantee las ecuaciones de balance.