

## Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema  
Profesor Auxiliar : José Luis Malverde  
: Evelyn Andaur

### FORMULARIO CONTROL 2

02 OCTUBRE 2006

- $0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$  ;  $\mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A)$
- $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$
- $\mathbb{P}(\bigcup_{i=1}^n A_i) =$   
$$\sum_{i=1}^n \mathbb{P}(A_i) - \sum_{i < j=2}^n \mathbb{P}(A_i \cap A_j) + \sum_{i < j < k=3}^n \mathbb{P}(A_i \cap A_j \cap A_k) + \dots + (-1)^{n-1} \mathbb{P}(A_i \cap \dots \cap A_n)$$
- $\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)}$  ;  $\mathbb{P}(B) > 0$
- $\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = \mathbb{P}(A_1)\mathbb{P}(A_2|A_1)\mathbb{P}(A_3|A_2 \cap A_1)\dots\mathbb{P}(A_n|A_1 \cap \dots \cap A_{n-1})$
- $\mathbb{P}(A) = \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(A \cap A_i) = \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(A_i)\mathbb{P}(A|A_i)$  donde  $\{A_i\}_{i=1}^n$  es partición,  
i.e.  $A_i \cap A_j = \emptyset \ \forall i \neq j$  y  $\bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega$ .
- $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A) \wedge \mathbb{P}(B|A) = \mathbb{P}(B) \Rightarrow \mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$
- $\mathbb{P}(A) = \sum_{\{X_i|X_i \in A\}} \mathbb{P}(X_i)$ ,  $\sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(X_i) = 1$
- $\mathbb{P}(A) = \int_A f(x)dx$ ,  $\mathbb{P}(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$ ,  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
- $F(X) = \sum_{\{X_i|X_i \leq X\}} \mathbb{P}(X_i)$ ,  $F(X) = \int_{-\infty}^X f(x)dx = \mathbb{P}(x \leq X)$ .
- $f(x) = \frac{\delta F(X)}{\delta X}$ .
- T.C.V (1D)  $f_Y(y) = f_X(H^{-1})|\frac{\delta H^{-1}(y)}{\delta y}|$  con  $Y = H(X)$ .
- $(X, Y)$  vector probabilidad, con densidad conjunta  $f(x, y)$  si  $X$  e  $Y$  son v.a. y  $f(x, y) \geq 0$ ,  
 $\forall x, y \in \mathbb{R}^2$  y  $\int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} f(x, y) = 1$ .
- $(X, Y)$  vector probabilidad.  $F(x, y) = \mathbb{P}(X \leq x, Y \leq y)$ ,  $\frac{\delta^2}{\delta x \delta y} F(x, y) = f(x, y)$ .

- $f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy.$
- Si  $X$  e  $Y$  son independientes,  $\mathbb{P}(X_i, Y_j) = \mathbb{P}(X_i) \cdot \mathbb{P}(Y_j)$  o  $f(x, y) = f_X(x) \cdot f_Y(y).$
- $f(x|y) = \frac{f(x, y)}{f_Y(y)}.$
- T.C.V (2D)  $f_{U,V}(u, v) = f_{X,Y}(x(u, v), y(u, v)) \cdot |det(J)|$  donde  $J$  es la matriz jacobiana del cambio de variables.
- Probabilidades Totales (caso continuo):  $\mathbb{P}(A) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbb{P}(A|Y = y) f_Y(y) dy.$
- Esperanza:  $\mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx, \mathbb{E}(X) = \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot \mathbb{P}(X = i).$
- Sea  $X$  v.a.,  $Y=H(X) \rightarrow$   
 $\mathbb{E}(Y) = \sum_{i=1}^{\infty} H(X_i) \cdot \mathbb{P}(X_i)$   
 $\mathbb{E}(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} H(x) \cdot f_X dx$
- Sea  $(X, Y)$  v.a.,  $Z=H(x, y) \rightarrow$   
 $\mathbb{E}(Z) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} H(X_i, Y_j) \cdot \mathbb{P}(X_i, Y_j)$   
 $\mathbb{E}(Z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H(x, y) \cdot f(x, y) dx dy$
- $\mathbb{E}(C) = C, \mathbb{E}(CX) = C\mathbb{E}(X), \mathbb{E}(\sum_{i=0}^N X_i) = \sum_{i=0}^N \mathbb{E}(X_i).$
- Binomial:  $X \rightarrow B(n, p) \Rightarrow \mathbb{P}(x = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}.$
- Poisson (parámetro  $\lambda$ ):  $\mathbb{P}(X = i) = \frac{\lambda^i e^{-\lambda}}{i!}.$
- Uniforme:  $X \rightarrow U(a, b)$  si  $f(x) = \frac{1}{b-a}$  para  $x \in (a, b).$