

MA26A - CLASE AUXILIAR #2

Profesor: Axel Osses
Auxiliares: Jorge Lemus, Nicolás Carreño

Problema 1

Un paracaidista de masa m abre su paracaídas en un instante t_0 cuando su velocidad era v_0 . Suponiendo que la abertura del paracaídas produce una fuerza hacia arriba de la forma $F_p = kv^2$, $k > 0$ y despreciando otros roces, encuentre la velocidad del paracaidista $\forall t > t_0$. Muestre que la velocidad de caída tiende a una constante cuando el tiempo de caída es muy largo (esto se conoce como velocidad límite).

Problema 2

a) Considere la EDO de primer orden de la forma

$$y' = F\left(\frac{y}{x}\right), \quad x > 0, \quad (1)$$

donde F es una función continua conocida. Mediante la sustitución $z = y/x$ desarrolle un método general para resolver esta EDO. Aplíquelo a la ecuación $y' = (x + y)/(x - y)$.

b) Considere ahora la EDO

$$y' = F\left(\frac{ax + by + e}{cx + dy + f}\right), \quad a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}. \quad (2)$$

Pruebe que si $ad - bc \neq 0$ la EDO (2) puede llevarse a la forma (1) mediante un cambio de variables del tipo $z = y - \alpha$, $t = x - \beta$, con α y β constantes elegidas adecuadamente. Aplique este método a la ecuación $y' = (x + y + 4)/(x - y - 6)$.

c) ¿Cómo resolvería (2) si $ad - bc = 0$?

Problema 3

Resolver:

1. $xy'' - y' = 3x^2$
2. $2yy'' = (y')^2 + 1$