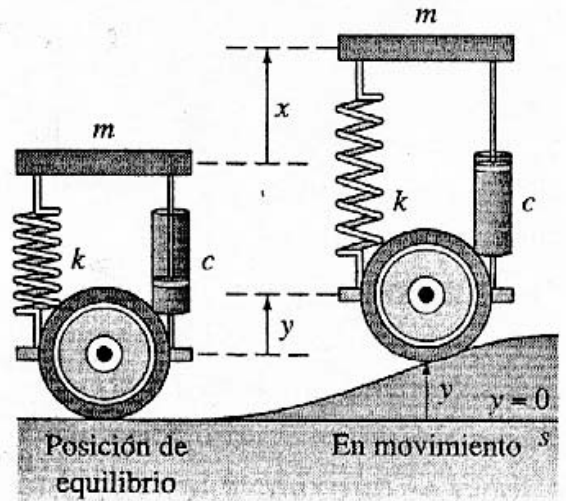


Control 2 MA 26A-2 Primavera 2004
Prof: Denis Legrand P. Aux: Francisco Ortega Culaciati
06 de Octubre de 2004

P.1 - Supongamos que un bus oscila verticalmente como si fuera una masa $m=1000\text{kg}$ sobre un resorte (con constante $k=7 \cdot 10^4 \text{ N/m}$), sujeta a un amortiguador (con constante $c=2000\text{N}\cdot\text{s/m}$).



Para los puntos A,B,C,D,E y F, suponer como una primera aproximación que este bus es conducido con el amortiguador desconectado a lo largo de una carretera de Santiago llena de baches, con una amplitud de onda de 5cm y una longitud de onda de $L=10\text{m}$.

La ecuación de la superficie de la carretera se supone de manera simple de la forma:

$$y = a \cos\left(\frac{2\pi s}{L}\right)$$

donde s es la longitud del camino recorrido, a es la amplitud máxima de las oscilaciones (de los baches), e y es la curva que describe la superficie libre de la carretera.

- A- Sea x la desviación de la masa respecto a su posición de equilibrio. Tanto x e y son positivos hacia arriba. Cuando el automóvil está en movimiento, ¿Cuánto se estira el resorte? (responda en función de x e y).
- B- Escribir la segunda ley de Newton y la ecuación diferencial del movimiento
- C- Si la velocidad del bus es v , entonces $s = v t$. ¿Cómo se escribe la ecuación del movimiento con esa condición?

- D- Esta ecuación es la ecuación de oscilaciones forzadas. Dar la frecuencia natural (o característica), del oscilador.
- E- ¿Cuándo hay resonancia?
- F- ¿Cuál es la velocidad que corresponde a la resonancia? ¿Que pasa físicamente con el bus a esta velocidad?
- G- Vamos a suponer ahora que el bus tiene amortiguadores, de valor c . Escribir de nuevo la ecuación del movimiento. Mostrar que hay oscilaciones forzadas de frecuencia angular ω , calculando el valor de ésta. Resolver la ecuación.
- H- Mostrar que para un sistema subamortiguado, el bus sufrirá oscilaciones forzadas cuya amplitud es:
- grande si ω es cercana a la frecuencia de resonancia crítica
 - cercana a a/k si ω es muy pequeña
 - muy pequeña si ω es muy grande.

P.2- Determinar la forma apropiada para una solución particular de:

$$y'' + 6y' + 13y = e^{-2x} \cos(2x)$$

(Nota: No se pide resolver esta ecuación.)

P.3 - Resolver:

$y'' + y = x + \cos(3x)$	$y'''' + y' = 4e^{-x} + 3x \sin(x)$
$y'' + y = 1 / \sin^3 x$	$x^2 y'' + 2xy' - 6y = (50 \ln(x)) / x^3, x > 0$ $y(1)=1, y'(1)=5$

P.4. Suponga que los tres números r_1, r_2 y r_3 son distintos. Demuestre que las tres funciones $e^{r_1 x}, e^{r_2 x}, e^{r_3 x}$ son linealmente independientes.

Tiempo: 3H00