

Control 2 MA 26A-01 Primavera 2003
Prof: Denis Legrand. P. Aux: Francisco Ortega Culaciati
22 de Octubre de 2003

P.1- Vamos a estudiar algunas características de un sismómetro. Por favor, lean todo el enunciado antes de empezar para entender las diferentes etapas.

1. Los primeros sismómetros fueron contruidos al fin del siglo 19, y eran básicamente contruidos por una masa M suspendida en un resorte de rigidez k . Cuando se coloca la masa M en el resorte, este va a tener una elongación ' I ' respecto a su posición de equilibrio. Se toma el eje x vertical positivo hacia abajo y $x=0$ en la posición de la masa en equilibrio en el resorte. Se considera una velocidad inicial nula.
Escribir la relación que describe la condición de equilibrio (para $x=0$).
2. Mostrar que el movimiento libre de la masa es una ecuación diferencial de segundo orden. Resolverla con las condiciones iniciales: $x(0) = x_0$ y $x'(0) = V_0$. Describir que tipo de movimiento es. Mostrar que a partir de la ecuación característica asociada a la ecuación diferencial de segundo orden, se puede definir una frecuencia angular ω que se llama la frecuencia angular característica del sismómetro. ¿De que parámetros depende ω ?
3. Se supone que la rigidez k del resorte no varía y que la masa M del sismómetro puede variar. ¿Como hacer para tener un sismómetro que pueda grabar frecuencias muy bajas?
4. Mostrar que tal sismómetro tiene un problema serio para registrar un terremoto.
5. Para resolver este problema, los ingenieros de tales instrumentos necesitaron varios años (como por ejemplo John Milne pasó años para resolver este problema, y murió justo antes que su ayudante encontrara la solución). Una solución es la de introducir un sistema de amortiguamiento (por ejemplo una placa en aceite) tal que la fuerza de amortiguación es proporcional a la magnitud de la velocidad de la masa. La constante de amortiguamiento se notara λ , con $\lambda > 0$. Mostrar que en este caso, llegamos también a una ecuación diferencial de segundo orden.
6. Resolver esta ecuación, considerando 3 casos diferentes. Hacer un dibujo para cada solución de esta ecuación.
7. ¿Cual sería el mejor de estos 3 casos para un sismómetro? explicar porque.

P.2 - Resolver:

$y'' - 3y' + 2y = x$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + z \\ \frac{dy}{dt} = 2x - 2z \\ \frac{dz}{dt} = 2x + 2y \end{cases}$
$y'' - 5y' + 6y = x + \sin x + e^x$	

Tiempo: 3H00