Fecha / Date: 1

28/7/ 9:00 AM

Dic Princ. de Capt. de 26/7/05

Modelo Simple Cap 1

- Un inversionista decide cuánto ahorra, consume y qué instrumentos compra.

- La pérdida en la ut de consumir menos hoy y más en el futuro es equivalente al precio. Ut mg hoy y el beneficio de consumir más mañana Ut mg mañana · pago.

- La ut mg · Pt = Ut mg · Pago, no puede mejorar la ut. comprando más o menos

Notas / Notes:

Curso

I

1- Pags. : 7, 5

2.- Introducción

- Si el rg recibido en el futuro, igual a la rg al comprar

$\Rightarrow P = E($ payoff descontado por el rg $)$

- $r \rightarrow E($el crec.$) \Rightarrow E(C_{t+1}/C_t)$

si $r\uparrow \Rightarrow C_{t+1}/C_t \uparrow$ ahorrar

- Los cont. el riesgo dependen de la cov de los pagos con el consumo. Si el activo es malo en rec. es malo relat. a uno que es malo en booms $\Rightarrow$ el anterior $P\downarrow$ por riesgo el que depende de cov y no var.

- El rg y no consumo es lo imp. Casi toda la teoría es como pasar de el rg a algo observable. $C\uparrow$ cuando el rg$\downarrow$, $\Rightarrow$ es un buen cond. $C\downarrow$ cuando otros act. mal $\Rightarrow P$ bajo si cov otros act $\uparrow \rightarrow$ CAPM

Fecha / Date:

(2)

FOC

$$p_t = E\left[\beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} x_{t+1}\right]$$

si son acciones: $x_{t+1} = p_{t+1} + d_{t+1}$

$$u(c_t, c_{t+1}) = u(c_t) + \beta E_t(u[c_{t+1}])$$

si $u(c) = \frac{1}{1-\gamma} c^{1-\gamma}$ $\quad \gamma < 1$

$u(c) = \ln(c_t)$ $\quad \gamma = 1$

$u(\cdot) =$ increasing cóncava $\frac{\partial^2 u}{\partial c^2} < 0$

decreasing conc.

$\beta =$ impaciencia, tasa de desc. subjetiva

curvatura: aversión al riesgo y a var. en el tiempo, como cte across states of nature and time

Notas / Notes:

Fecha / Date:

3

$$p_t u'(c_t) = E_t\left[\beta u'(c_{t+1}) x_{t+1}\right]$$

$$p_t = E_t\left[\beta \cdot \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} x_{t+1}\right]$$

- Se expresa p_t con c_{t+1} y c_t, y desc. est.
3 end. llud debería seguir con det. de c y otros activos.

Después.

$$p = E(m x)$$

$$m = \beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}$$

$m_{t+1} \equiv$ factor de descuento estocástico

$$\Rightarrow p_t = E_t(m_{t+1} x_{t+1})$$

$$\text{o} \quad p_t = E(m x)$$

- si no hay incert

$$p_t = \frac{1}{R^f} x_{t+1} \qquad R^f = (1+r)$$

si $R^f > 1 \Rightarrow p_t < x_{t+1}$
se vende con desc.

Notas / Notes:

Fecha / Date:

(11)

Precio del riesgo

$$p^i_t = \frac{1}{R^i} E_t(x^i_{t+1})$$

Es decir, uno puede usar el mismo factor dentro del E_t, la correl. entre x_{t+1} y el factor común de la corrección necesaria.

porque

$$p^i_t = E_t(m \cdot x^i_{t+1})$$

	p_t	~~R_{t+1}~~ x_{t+1}
Acción	p_t	$p_{t+1} + d_{t+1}$
Retorno	1	R_{t+1}
P/D ratio	$\frac{p_t}{d_t}$	$\left(\frac{p_{t+1}}{d_{t+1}} + 1\right) \frac{d_{t+1}}{d_t}$
Excess Return	0	$R^e_{t+1} = R^a_{t+1} - R^b_{t+1}$
Managed port	z_t	$z_t \cdot R_{t+1}$
Moment cond	$E(p_t \cdot z_t)$	$x_{t+1} \cdot z_t$
One period bond	p_t	1
Risk free rate	1	R^f
Opción	C	$\max[S_T - K, 0]$

Acción

$$x_{t+1} = p_{t+1} + d_{t+1}$$

$$R_{t+1} = \frac{x_{t+1}}{p_t}$$

Retorno

$$1 = E(m \cdot R)$$

Notas / Notes:

Fecha / Date:

(4)

R es per cotas $r_{t+1} = \left(1 + \frac{p_{t+1}}{d_{t+1}}\right) \frac{d_{t+1}}{d_t}$

si es ~~Rtas~~ $\Rightarrow$ promedio, media

- No todos es R

p. ej: end a R^d e inv equid a R^f

$\Rightarrow$ $p = 0$ y se recibe $\cancel{E(R-R^f)}$ $R-R^f$

0 cost portfolio

etc...

- Clasic termes

- Risk Free Rate : $p = E(mx) \Rightarrow$
$1 = E(m) \cdot R^f$

$$R^f = \frac{1}{E(m)}$$

$\rightarrow$ Certainty

lognormal cons growth y power ut

$u' = c^{-\gamma}$

$$R^f = \frac{1}{\beta} \left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{\gamma}$$

$$r_t^f = \delta + \gamma E_t(\Delta \ln c_{t+1}) - \frac{\gamma^2}{2} \sigma_t^2 (\Delta \ln c_t)$$

$r^f \uparrow$ cuando $\Delta \ln c_{t+1}, \delta \uparrow$

- cuando $\gamma \uparrow \Rightarrow$ más sensible a $\Delta \ln c_{t+1}$

- $\sigma^2 \uparrow \rightarrow r_t^f \downarrow$

Notas / Notes:

Fecha / Date:

7

- sin incertidumbre

$$1 = E(m \cdot R^f) = E(m) \cdot R^f$$

si $u' = c^{-\gamma}$

$$\Rightarrow R^f = \frac{\beta^{-1}}{\left(\frac{c_t}{c_{t+1}}\right)^{-\gamma}} = \beta^{-1}\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{\gamma}$$

- $\uparrow \beta \Rightarrow R^f$ ~~alto~~ bajo, personas no son impac.

- si $c_{t+1}/c_t \uparrow \Rightarrow R^f \uparrow$, o, $c_{t+1}/c_t \uparrow \Rightarrow R^f \uparrow$.

- $R^f \uparrow$ es sensible a $\frac{c_{t+1}}{c_t}$ si $\gamma \uparrow \Rightarrow$

$\Rightarrow \uparrow R^f$ requerido es mayor. si $\gamma \uparrow$ se prefiere c_t cte $\Rightarrow$ para modif se requiere un mayor R^f.

- Con incertidumbre

$$r_t^f = \ln R^f, \quad \beta = e^{-\delta}$$

$$\Delta \ln c_{t+1} = \ln c_{t+1} - \ln c_t$$

$$R_t^f = \frac{1}{E_t\left[\beta \cdot \left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma}\right]}$$

Notas / Notes:

Fecha / Date: 6

$z = \ln x$

$E(\ln x) \neq \cancel{E(z)}$

$\Rightarrow \ln E(x)$

$\Rightarrow \quad \frac{c_{t+1}}{c_t} \sim \log N$

i.e. $\ln \frac{c_{t+1}}{c_t} \sim N$

$\Delta \ln \frac{c_{t+1}}{c_t} \sim N(E\Delta \ln, \sigma^2 \Delta \ln)$

$E\left(e^{\Delta \ln \frac{c_{t+1}}{c_t}}\right) = e^{E \Delta \ln \cancel{c_{t+1}} + \frac{1}{2}\sigma^2(\Delta \ln)}$

$x \sim \log N(x_e, \sigma_e^2)$

$\Rightarrow \cancel{R^f = \ln(\ ) - \ln \beta}$

$\cancel{R^f = e^{-\ln \beta}\, e^{-\ln\Delta}\, e^{\ln E \Delta \ln} \left(\frac{c_{t+1}}{c_{t+1}}\right)^{-\gamma}}$

$\Rightarrow E(x) = x_e e^{\frac{1}{2}\sigma_e^2}$

$\Rightarrow \quad E(\log x) = E(x) - \frac{1}{2}\sigma^2$

$E\left(\log x_0 + \frac{1}{x_0}(x - x_0) - \frac{1}{2}\frac{1}{x_0^2}(x-x_0)^2\right)$

$E \log x_0 + \frac{\cancel{E(x)}}{E(x_0)}$

$\left[E_t\left(\frac{c_{t+1}}{c_{t+1}}\right)^{-\gamma}\right]^{-1}$

$E_t\left(e^{-\gamma \Delta \ln}\right) = E\left(e^{-\gamma \Delta \ln}\right) = e^{-\gamma E \Delta \ln + \frac{1}{2}\gamma^2 \sigma^2 \Delta \ln}$

$\Rightarrow \ln R^f = r^f = -\ln \beta + \gamma E \Delta \ln - \frac{1}{2}\gamma^2 \sigma^2(\Delta \ln)$

$\Rightarrow r^f = \delta + \gamma E_t \Delta \ln - \frac{\gamma^2}{2}\sigma^2(\Delta \ln)$

Notas / Notes:

Fecha / Date:

9

- El término nuevo captura los precautionary savings. A la gente le importa más cuando pierde que cuando gana.

- Estas relac se pueden leer backwards

cuando R^f con/ct es alto o

cuando con/ct es alto $\Leftrightarrow$ R alto

En gral no es el mismo.

Risk corrections

$$cov(m, x) = E(m \cdot x) - E(x)E(m)$$

$$p = E(m)E(x) + cov(m, x)$$

cuando R^f

$$p = \cancel{E(m} \frac{E(x)}{R^f} + cov(m, x)$$

$\downarrow$ VPte

$\downarrow$ Corr por riesgo

si el activo cov. > 0 con m $\Rightarrow$ tiene mayor precio

Notas / Notes:

Fecha / Date:

8

$$p = \frac{E(x)}{R^f} + \frac{cov[\beta u'(c_{t+1}), x_{t+1}]}{u'(c_t)}$$

$\Rightarrow u' \quad cov(x_{t+1}, c_{t+1}) \uparrow \Rightarrow cov(u', x) < 0$

$\Rightarrow p \downarrow$

- la gente no quiere que el activo pague cuando le va bien, sino lo contrario $\Rightarrow p \downarrow$ para que lo compre.

- seguro: paga cuando uno más lo necesita. Por eso paga seguro siempre el precio > el E(pagos)

Qué pasa si compra ξ un poco más que paga x

- $\sigma^2(c + \xi x) = \sigma_c^2 + 2\xi \, cov(c, x) + \xi^2 \sigma_x^2$

es decir el Δ^+ es $2\xi \, cov(\ )$

$\xi^2 \to 0.$

En términos de Retornos

$1 = E(m R^i)$ activo i

si bien $E(R^i)$ varía, $E(m \cdot R^i)$ es cte, valor esperado descontado

$1 = E(R^i) \cdot E(m) + cov(m, R^i)$

Notas / Notes:

Fecha / Date:

27

$$E(R^i) - R^f = -R^f \, cov(m, R^i)$$

$$E(R^i) - R^f = -\frac{cov[u'(c_{t+1}), R^i_{t+1}]}{E[u'(c_{t+1})]}$$

$\Rightarrow E(R^i) >$ si $cov(C, R) \uparrow$

- Obvio: - R^i mayor implica p menor dado x

- Riesgo idiosincrático

Un activo volátil debería tener una correlación. No nec, si x no corr con m $\Rightarrow$ el $E(R)$ es $= R^f$

si $cov(m, x) = 0$

$\Rightarrow p = \frac{E(x)}{R^f}$ indep. de σ^2

- si $\uparrow$ en ε de ese activo, no tiene efecto F.O sobre σ^2_c, solo se paga el riesgo sistemático

$\rightarrow$ Regresión

- $x = proj(x|m) + \varepsilon \rightarrow$ Obv $cov(\varepsilon, m) = 0$ $\rightarrow p = 0$

corr con m

Cap. lineal o

Notas / Notes: mín de

Fecha / Date:

$$\text{proj}(x|m) = \frac{E(mx)}{E(m^2)} \cdot m$$

$$\Rightarrow E(m\,\varepsilon) = 0 \quad \Rightarrow p_\varepsilon = 0$$

$$p(\text{proj}(x|m)) = p\left(\frac{E(mx)}{E(m^2)} \cdot m\right) = E\left(\frac{E(mx)}{E(m^2)} \cdot m^2\right)$$

$$= E(mx) = p(x)$$

β

$$E(R^i) - R^f = -R^f \operatorname{cov}(m, R^i)$$

$$= R^f + \left[\frac{\operatorname{cov}(R^i, m)}{\operatorname{var}(m)}\right]\left[-\frac{\operatorname{var}(m)}{E(m)}\right]$$

$$E(R^i) = R^f + \beta_{im}\,\lambda_m$$

β_{im} es el coef repr. de R^i en m

$\Rightarrow$ λ_m (igual para todos los i) es el precio del riesgo y β_i la cantidad

El precio depende de $\operatorname{var}(m)$

Con $m_1 = \beta\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma}$ y Taylor

Notas / Notes:

(11)

$$E(R^i) = R^f + \beta_{i\Delta c}\, \lambda_{\Delta c}$$

$$\lambda_{\Delta c} = \gamma\, var(\Delta c)$$

$\Rightarrow R^i$ es correlada con c más fuerte

y λ depende de γ y $var(\Delta c)$

[Consumption [illegible]].

1, 2, 3, 4, 5, ~~6~~ (7?), 9

Mean Variance Frontier

- todos los activos cuyos precios

$p = E(mx)$ $\Rightarrow$

$$|E(R^i) - R^f| \le \frac{\sigma(m)}{E(m)}\, \sigma(R^i)$$

1) Mean and var. tiene que estar dentro de la figura. ¿Cuanto ret puedo obtener dada una var?