

AUXILIAR3 - DESEMPLEO.

1. Modelo de búsqueda.

- (a) Describa el efecto que tendrá cada uno de los siguientes acontecimientos sobre el nivel de empleo en equilibrio en el modelo de búsqueda tradicional.
- Un aumento de la tasa de finalización de relaciones laborales, b .
 - Un aumento de la tasa de interés, r .
 - Un aumento de la eficiencia de la búsqueda, K^1 .
- (b) Suponga que reemplazamos el supuesto en que el trabajador y la empresa acuerdan un salario tal que con él ambos obtienen partes iguales del excedente de su relación laboral, es decir, $V_E - V_U = V_F - V_V$, por el supuesto de que el trabajador obtiene una fracción f de dicho excedente y la empresa una fracción $1 - f$, es decir, $(1 - f)(V_E - V_U) = f(V_F - V_V)$.
- ¿Qué efecto tiene este cambio en el modelo sobre la ecuación que define implícitamente al empleo, E ?
 - ¿Qué efecto tiene sobre el nivel de equilibrio de E un cambio en f ?

2. El modelo de Harris-Todaro.

Suponga que hay dos sectores. Los trabajos en el sector primario pagan w_P ; los trabajos en el sector secundario pagan w_S . Cada trabajador decide en cuál sector estar. Todos los trabajadores que eligen el sector secundario obtienen un trabajo, pero hay un número fijo, N_P , de trabajos en el sector primario. Estos trabajos son distribuidos aleatoriamente entre los trabajadores que eligen el sector primario. Los trabajadores del sector primario que no obtienen un trabajo quedan desempleados y obtienen un beneficio de desempleo de b . Los trabajadores son neutrales al riesgo y no hay desutilidad de trabajar. De esta forma, la utilidad esperada de un trabajador del sector primario es $qw_P + (1 - q)b$, donde q es la probabilidad de que un trabajador del sector primario obtenga trabajo.

- ¿Cuál es el desempleo de equilibrio como función de w_P , w_S , N_P , b y el tamaño de la fuerza de trabajo \bar{N} ?
- ¿Cómo afecta al desempleo un aumento en N_P ? Explique intuitivamente por qué, aún cuando el desempleo toma la forma de trabajadores esperando trabajos en el sector primario, aumentos en el número de esos trabajos puede aumentar el desempleo.
- ¿Cuáles son los efectos de un aumento en el nivel de beneficios de desempleo?

¹ Esto asume que la función de "Matching" es: $M = KU^\beta V^\gamma$.

3. Seguro de desempleo.

Este problema proviene de Feldstein (1976)². Considere una firma en un mercado competitivo, con retornos $AF(L)$. A puede tomar dos valores: A_B y A_G ($A_B < A_G$), los cuales son equiprobables. Los trabajadores, que están empleados cuando $A = A_G$ y desempleados cuando $A = A_B$, reciben un beneficio del seguro de desempleo de $B > 0$ cuando $A = A_B$. Los trabajadores son neutros frente al riesgo, por lo cual la utilidad esperada del trabajador representativo es $U = (w - K)/2 + \{(L_B/L_G)(w - K) + [(L_G - L_B)/L_G]B\}/2$, donde w es el salario (el cual es asumido, sin pérdida de generalidad, independiente del estado), K es la desutilidad del trabajo, L_B y L_G son el empleo en cada uno de los dos estados posibles. Las utilidades esperadas de las firmas son $[A_G F(L_G) - wL_G]/2 + [A_B F(L_B) - wL_B - fB(L_G - L_B)]/2$, donde f es la fracción de beneficios de desempleo que son pagados por la firma. Suponga $0 \leq f \leq 1$.

- Encuentre las condiciones de primer orden del problema en que las firmas escogen w , L_G y L_B para maximizar los beneficios esperados sujetas a la restricción de que la utilidad esperada de los trabajadores es u_0 .
- Muestre que una caída en f (o un aumento en B , si $f < 1$) reduce L_B y aumenta L_G .

4. Contratos implícitos con horas variables.

Suponga que cada trabajador debe elegir trabajar un número fijo de horas o estar desempleado. Sea C_i^E el consumo de los trabajadores empleados en el estado i , y C_i^U el consumo de los trabajadores desempleados. Los beneficios de la firma en estado i son $A_i F(L_i) - [C_i^E L_i + C_i^U (\bar{L} - L_i)]$, donde \bar{L} es el número de trabajadores. Similarmente, la utilidad esperada de los trabajadores en el estado i es $(L_i/\bar{L})[U(C_i^E) - K] + [(\bar{L} - L_i)/\bar{L}]U(C_i^U)$, donde $K > 0$, es la desutilidad de trabajar.

- Construya el Lagrangeano para el problema en que las firmas escogen L_i , C_i^E y C_i^U , de forma de maximizar su utilidad esperada, sujetas a la restricción de que la utilidad esperada del trabajador representativo es u_0 .
- Encuentre la condición de primer orden para L_i , C_i^E y C_i^U . ¿Cómo, si es que de alguna forma, dependen C^E y C^U del estado? ¿Cuál es la relación entre C_i^E y C_i^U ?
- Después de que A es realizada y algunos trabajadores han elegido trabajar y otros estar desempleados, ¿cuáles de ellos están mejor?

² Feldstein, Martin (1976), "Temporary Layoffs in the Theory of Unemployment." Journal of Political Economy 84 (October): 937-957.

Solución:**1. Modelo de búsqueda.**

Descripción del modelo.

Notación: E : Empleados, U : Desempleados, F : Puestos ocupados, V : Puestos vacantes, Fuerza laboral: \bar{L} , luego $E + U = \bar{L}$.

Supuestos:

- Mantenimiento de un puesto de trabajo (F o V) tiene un costo C por unidad de tiempo.
- Cuando un trabajador está empleado produce a una tasa A por unidad de tiempo (exógena).
- Para simplificar se ignora el costo al esfuerzo laboral y de la búsqueda de empleo.
- Beneficios para la empresa que produce cada puesto de trabajo por unidad de tiempo es: $A - w - C$, si está ocupado y, $A - C$, si no lo está.
- Función objetivo de la empresas es la esperanza del valor presente descontado de los beneficios a lo largo de su horizonte temporal, r , tasa de descuento (exógena y constante).
- La eliminación y creación de vacantes no implica costo alguno. De modo que el valor de una vacante es igual a cero.

Modelo:

Función de "*Matching*", sustituye el proceso de búsqueda de trabajadores por parte de la empresa, búsqueda de puestos de trabajo por parte de los trabajadores y la evaluación mutua.

$$M = M(U, V) = KU^\beta V^\gamma \quad (1)$$

Luego el comportamiento de la cantidad de trabajadores viene dada por:

$$\dot{E} = M(U, V) - bE \quad (2)$$

En estado estacionario $\dot{E} = 0$.

Sea,

a : Tasa por unidad de tiempo a la que los desempleados consiguen trabajo.

α : Tasa por unidad de tiempo de ocupación de puestos de vacantes.

Donde,

$$a = \frac{M(U, V)}{U} \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{M(U, V)}{V} \quad (4)$$

Valores correspondientes a los diversos estados.

rV_i = dividendos por unidad de tiempo + ganancias/perdidas de capital esperadas

$$rV_E = w - b(V_E - V_U) \quad (5)$$

$$rV_F = (A - w - C) - b(V_F - V_V) \quad (6)$$

$$rV_U = a(V_E - V_U) \quad (7)$$

$$rV_V = -C + \alpha(V_F - V_V) \quad (8)$$

Salario, supondremos que el trabajador y la empresa acuerdan un salario tal que con él ambas partes obtienen la misma ganancia, es decir,

$$V_E - V_U = V_F - V_V \quad (9)$$

Solución modelo.

Primero hallar valor de V_V que está implícito en un determinado nivel de empleo y a continuación imponer la condición de libre ingreso al mercado, por la que $V_V = 0$.

Tomando, (5) -(7) tenemos:

$$V_E - V_U = \frac{w}{a + b + r} \quad (10)$$

Tomando, (6) -(8) tenemos:

$$V_F - V_V = \frac{A - w}{\alpha + b + r} \quad (11)$$

Luego usando (9), y despejando el salario tenemos:

$$w = \frac{(a + b + r) A}{a + \alpha + 2b + 2r} \quad (12)$$

Observar que cuando $a = \alpha$, la empresa y el trabajador dividen el producto del puesto de trabajo en partes iguales.

cuando $a > \alpha$, los trabajadores encuentran nuevos puestos de trabajo más rápido de los que las empresas encuentran trabajadores, entonces $w > A/2$.

Usando (8), (11) y (12), tenemos:

$$rV_V = -C + \frac{\alpha(E)}{a(E) + \alpha(E) + 2b + 2r} A \quad (13)$$

donde:

$$a = \frac{M(U, V)}{U} = \frac{bE}{\bar{L} - E} \quad (14)$$

$$\alpha = \frac{M(U, V)}{V} = \frac{bE}{\left[\frac{bE}{K(\bar{L} - E)^\beta} \right]^{\frac{1}{\gamma}}} = (bE)^{(\gamma-1)/\gamma} \left[K(\bar{L} - E)^\beta \right]^{\frac{1}{\gamma}} \quad (15)$$

La ecuación (13) define implícitamente E , cuando $V_V = 0$. Ver figura 1.

- (a) i. **Un aumento de la tasa de finalización de relaciones laborales, b .**

Recordar que en la ecuación (13) los parámetros que dependen del nivel de empleo, E , son a y α . Luego de (13) un aumento de b reduce V_V , dado un nivel de empleo, sin embargo, también

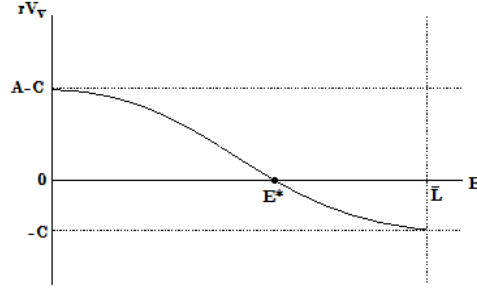


Figure 1: Nivel de empleo de equilibrio

tiene un efecto sobre a y α . Luego de (14) tenemos que un incremento de b aumenta el valor de a , dado un nivel de empleo.

Además de (15) un incremento de b reduce α , dado un nivel de empleo.

¿qué ocurre con V_V ante un incremento de α ?

$$\frac{\partial V_V}{\partial \alpha} = \frac{A[r(a+2b+2r)]}{[r(a+\alpha+2b+2r)]^2} > 0$$

Luego, una disminución de α reduce V_V .

En resumen, Todos los efectos van en la misma dirección. Un aumento de la tasa de finalización de relaciones laborales, b , reduce V_V para un nivel de empleo dado.

Luego la figura 1 se modifica, con lo cual se obtiene un nivel de empleo de equilibrio **menor**.

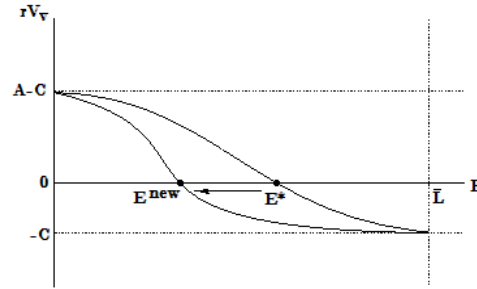


Figure 2:

ii. Un aumento de la tasa de interés, r .

Un aumento de la tasa de interés, r , modifica el valor de un puesto vacante cuando $E \rightarrow 0$ y cuando $E \rightarrow \bar{L}$, siendo en ambos casos respectivamente $(A - C)/r^{New}$ y $-C/r^{New}$.

Pero además para otros niveles de empleo dado tenemos que:

$$\frac{\partial V_V}{\partial r} = \frac{C}{r^2} - \frac{\alpha A (a + \alpha + 2b + 4r)}{[r(a + \alpha + 2b + 2r)]^2} \quad (16)$$

El signo de esta expresión depende del valor de los parámetros, y pueden ocurrir 3 casos.

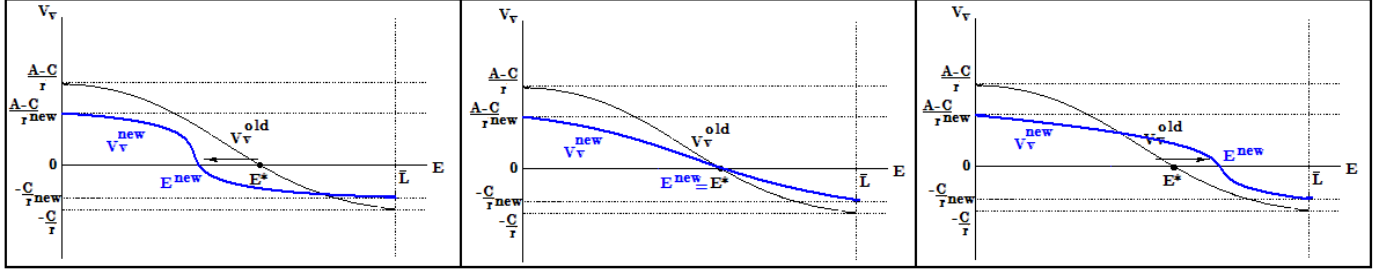


Figure 3:

Para identificar cual es el caso que está ocurriendo, debemos calcular para que nivel de empleo se intersectan las curvas de V_V antes y después del aumento de r , para eso calculamos, $\frac{\partial V_V}{\partial r} = 0$, que implica:

$$C(a(E) + \alpha(E) + 2b + 2r)^2 = \alpha(E) A(a(E) + \alpha(E) + 2b + 4r) \quad (17)$$

iii. Un aumento de la eficiencia de la búsqueda, K .

Un aumento de K , no afecta $a(E)$, pero si afecta a $\alpha(E)$, de (15) observamos que un aumento de K incrementa α , luego usando el resultado encontrado en la parte (i) en el cual $\frac{\partial V_V}{\partial \alpha} = \frac{A[r(a+2b+2r)]}{[r(a+\alpha+2b+2r)]^2} > 0$.

Tenemos que un aumento de K incrementa V_V para un nivel de empleo dado, luego el nivel de empleo de equilibrio es mayor.

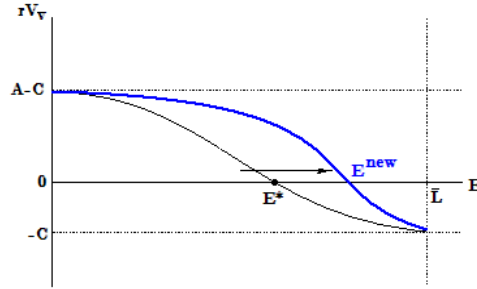


Figure 4:

i. Sustituyendo (10) y (11) en $(1-f)(V_E - V_U) = f(V_F - V_V)$, tenemos que:

$$(1-f) \left[\frac{w}{a+b+r} \right] = f \left[\frac{A-w}{\alpha+b+r} \right] \quad (18)$$

Resolviendo esta ecuación para w tenemos:

$$w = \frac{fA(a+b+r)}{fa + (1-f)\alpha + b+r} \quad (19)$$

Luego, usando (8), (11) y sustituyendo el nuevo valor de w , obtenemos:

$$rV_V = -C + \frac{(1-f)\alpha A}{fa + (1-f)\alpha + b+r} \quad (20)$$

podemos verificar que (20) se reduce a (13) cuando $f = 1/2$.

Luego el nivel de empleo de equilibrio esta dado por $V_V = 0$.

- ii. Dado un nivel de empleo, E , a y α no dependen de f por lo cual podemos examinar el cambio en el empleo de equilibrio a través de un cambio en V_V .

$$\begin{aligned} \frac{\partial rV_V}{\partial f} &= -\frac{\alpha A}{fa + (1-f)\alpha + b+r} - \frac{(1-f)\alpha A}{(fa + (1-f)\alpha + b+r)^2} (a-\alpha) \\ \frac{\partial rV_V}{\partial f} &= \frac{-\alpha A (fa + (1-f)\alpha + b+r) - (1-f)\alpha A (a-\alpha)}{(fa + (1-f)\alpha + b+r)^2} \end{aligned}$$

Luego, el signo está dado por el numerador de la expresión anterior, simplificando el numerador tenemos:

$$\begin{aligned} -\alpha A (fa + (1-f)\alpha + b+r) - (1-f)\alpha A (a-\alpha) &\leq 0 \\ -(fa + (1-f)\alpha + b+r) - (1-f)(a-\alpha) &\leq 0 \\ (-fa - \alpha + \alpha f - b - r) - (a - \alpha - af + \alpha f) &\leq 0 \\ -fa - \alpha + \alpha f - b - r - a + \alpha + af - \alpha f &\leq 0 \\ -b - r - a &< 0 \end{aligned}$$

Entonces, $\frac{\partial rV_V}{\partial f} < 0$, un incremento de la fracción del beneficio por parte de los trabajadores reduce el valor de un puesto vacante para un nivel de empleo dado, si observamos la figura posterior el nivel de empleo de equilibrio disminuye.

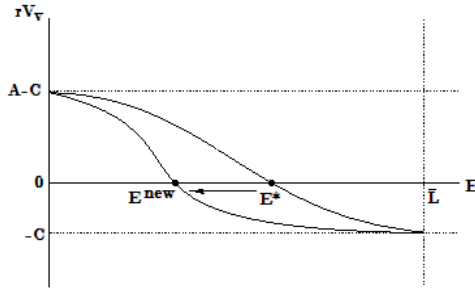


Figure 5:

Intuitivamente, una proporción mayor de los beneficios por parte de los trabajadores hace menos atractivo a las empresas entrar al mercado luego el nivel de empleo disminuye.

2. El modelo de Harris-Todaro.

- (a) Llamemos U al número de trabajadores desempleados (en el sector primario³). Luego, la cantidad total de trabajadores en el sector primario será $U + N_P$. Además, sabemos que q es la probabilidad de obtener un trabajo en el sector primario. Por lo tanto:

$$q = \frac{N_P}{U + N_P} \quad (21)$$

El equilibrio en el mercado se alcanza cuando NO hay incentivos a cambiarse de sector, *i.e.* la utilidad esperada es igual en ambos sectores.

$$qw_P + (1 - q)b = w_S \quad (22)$$

Luego,

$$w_S = \frac{N_P}{U + N_P}w_P + \frac{U}{U + N_P}b$$

de donde despejamos U :

$$U = N_P \frac{w_P - w_S}{w_S - b} \quad (23)$$

- (b) Derivando (23) con respecto a N_P obtenemos:

$$\frac{\partial U}{\partial N_P} = \frac{w_P - w_S}{w_S - b}$$

Para ver el signo de la expresión veamos lo siguiente:

- * $w_S > b$, de lo contrario nadie elegiría trabajar en el sector secundario.
- * $w_P > w_S$, pues de lo contrario nadie elegiría el sector primario.

Luego, $\frac{\partial U}{\partial N_P} > 0$. Esto es, el desempleo de equilibrio aumenta si aumenta el número de trabajadores que son contratados en el sector primario N_P . Intuitivamente, al aumentar la probabilidad de ser contratado en el sector primario (21) los trabajadores tienen incentivos a elegirlo. Sin embargo, el número de trabajadores que cambian su decisión es mayor al aumento en el número de contrataciones en el sector primario.

- (c) Nuevamente derivando (23) con respecto a b :

$$\frac{\partial U}{\partial b} = N_P \frac{w_P - w_S}{(w_S - b)^2} > 0$$

Luego, un aumento en el beneficio de desempleo hace aumentar el desempleo de equilibrio. La intuición es directa, mayores beneficios, menores incentivos a trabajar.

³ Corresponde a los trabajadores que eligieron el sector primario y no fueron contratados

3. Seguro de desempleo.

(a) Las firmas resuelven:

$$\max_{w, L_G, L_B} \frac{A_G F(L_G) - w L_G}{2} + \frac{A_B F(L_B) - w L_B - f B (L_G - L_B)}{2} \quad (24)$$

$$s.a \quad u_0 = \frac{w - K}{2} + \frac{L_B}{2L_G}(w - K) + \frac{L_G - L_B}{2L_G} B \quad (25)$$

Luego, escribimos el lagrangeano asociado,

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} \left[A_G F(L_G) - w L_G + A_B F(L_B) - w L_B - f B (L_G - L_B) \dots \right. \\ & \left. \dots - \lambda \left\{ w - K + \frac{L_B}{L_G}(w - K) + \frac{L_G - L_B}{L_G} B - u_0 \right\} \right] \end{aligned}$$

Así, podemos escribir las C.P.O asociadas al problema:

$$\begin{aligned} (w) : & -L_G - L_B - \lambda \left(1 + \frac{L_B}{L_G} \right) = 0 \\ (L_G) : & A_G F'(L_G) - w - f B - \lambda \left(-\frac{L_B}{L_G^2}(w - K) - \frac{L_G - L_B}{L_G^2} B + \frac{B}{L_G} \right) = 0 \\ (L_B) : & A_B F'(L_B) - w + f B - \lambda \left(\frac{w - K}{L_G} - \frac{B}{L_G} \right) = 0 \\ (w) \Rightarrow & -\lambda = \frac{L_G + L_B}{1 + \frac{L_B}{L_G}} = L_G \end{aligned} \quad (26)$$

(b) Reemplazando en (L_B) y (L_G) tenemos, respectivamente, que:

$$\begin{aligned} & A_B F'(L_B) - w + f B + L_G \left(\frac{w - K}{L_G} - \frac{B}{L_G} \right) = 0 \\ & A_G F'(L_G) - w - f B + L_G \left(-\frac{L_B}{L_G^2}(w - K) - \frac{L_G - L_B}{L_G^2} B + \frac{B}{L_G} \right) = 0 \\ & \Rightarrow A_B F'(L_B) - w + f B + w - K - B = 0 \\ & \Rightarrow A_G F'(L_G) - w - f B + \left(-\frac{L_B}{L_G}(w - K) - \frac{L_G - L_B}{L_G} B + B \right) = 0 \\ & \Rightarrow A_B F'(L_B) + f B - K - B = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\Rightarrow A_G F'(L_G) - w - f B + \frac{L_B}{L_G}(B - w + K) = 0 \quad (28)$$

Las ecuaciones (27) y (28) nos dan relaciones para L_B - f y L_G - f , respectivamente. Luego, mediante el teorema de la función implícita, podemos calcular $L'_B(f)$ y $L'_G(f)$. En efecto, derivando (27) con respecto a f , obtenemos:

$$\begin{aligned} & A_B F''(L_B) L'_B(f) + B = 0 \\ & \Rightarrow L'_B(f) = -\frac{B}{A_B F''(L_B)} > 0 \end{aligned}$$

La desigualdad viene del hecho que $F'' < 0$ y los parámetros A_B y B son ambos positivos. Análogamente, derivando (28) con respecto a f , obtenemos:

$$A_G F''(L_G) L'_G(f) - B = 0$$

$$\Rightarrow L'_G(f) = \frac{B}{A_G F''(L_G)} < 0$$

Por lo que probamos que una caída en f reduce L_B y aumenta L_G . Falta probar que cuando $f < 1$, un aumento en B tiene el mismo efecto. Derivando ahora (27) con respecto a B , obtenemos:

$$A_B F''(L_B) L'_B(B) + f - 1 = 0$$

$$\Rightarrow L'_B(B) = \frac{1-f}{A_B F''(L_B)} < 0$$

Puesto que estamos suponiendo que $f < 1$. Por otra parte, imponiendo la condición de competencia⁴ $w = B + K$, reemplazando esta expresión en (28), obtenemos:

$$A_G F'(L_G) - (B + K) - fB = 0$$

y derivando con respecto a B ,

$$A_G F''(L_G) L'_G(B) - 1 - f = 0$$

$$\Rightarrow L'_G(B) = \frac{1+f}{A_G F''(L_G)} < 0$$

Pues, $f > 0$ y $F'' < 0$. Pero, esperábamos que fuera positivo. Con lo que hemos probado que un aumento en B reduce L_B y aumenta L_G .

⁴ En un mercado competitivo las rentas son 0, i.e. $A_G F(L_G) - wL_G + A_B F(L_B) - wL_B - fB(L_G - L_B) = 0$

$$\Rightarrow A_G F'(L_G) - w - fB = A_B F'(L_B) - w + fB = 0$$

Esto en (28) nos da que $w = B + K$, que es la condición de optimalidad sobre el empleo en el estado B .

4. Contratos implícitos con horas variables.

(a) Supongamos que hay N estados posibles, entonces, los beneficios esperados de la firma son:

$$E(\pi) = \sum_{i=1}^N p_i [A_i F(L_i) - C_i^E L_i + C_i^U (\bar{L} - L_i)] \quad (29)$$

La utilidad de un trabajador representativo es:

$$E(U) = \sum_{i=1}^N p_i \left\{ \left(\frac{L_i}{\bar{L}} \right) [U(C_i^E) - K] + \left[\frac{(\bar{L} - L_i)}{\bar{L}} \right] U(C_i^U) \right\} \quad (30)$$

El problema de la firma es maximizar (29), sujeto a (30), entonces el lagrangeano del problema es:

$$L = \sum_{i=1}^N p_i \left\{ A_i F(L_i) - [C_i^E L_i + C_i^U (\bar{L} - L_i)] + \lambda \left\{ \frac{L_i}{\bar{L}} [U(C_i^E) - K] + \frac{\bar{L} - L_i}{\bar{L}} U(C_i^U) - u_0 \right\} \right\}$$

(b) Las C.P.O. respecto a C_i^E , C_i^U y L_i son:

$$(C_i^E) \quad 0 = -L_i + \lambda \frac{L_i}{\bar{L}} U'(C_i^E) \quad (31)$$

$$(C_i^U) \quad 0 = -L_i + \lambda \frac{\bar{L} - L_i}{\bar{L}} U'(C_i^U) \quad (32)$$

$$(L_i) \quad 0 = A_i F'(L_i) - C_i^E + C_i^U + \lambda \left\{ \frac{U(C_i^E) - K}{\bar{L}} - \frac{U(C_i^U)}{\bar{L}} \right\} \quad (33)$$

De (31) y (32) se tiene que:

$$U'(C_i^E) = U'(C_i^U)$$

esto implica que $C_i^E = C_i^U$ y además el nivel de consumo es constante.

(c) Los que han elegido trabajar están desempleados porque se ahorran la desutilidad del trabajo. Esto se formaliza de la siguiente manera, de la restricción de que la utilidad de los trabajadores debe ser u_0 (equivalentemente, derivando el lagrangeano con respecto a λ), tenemos:

$$\frac{L_i}{\bar{L}} [U(C_i^E) - K] + \frac{\bar{L} - L_i}{\bar{L}} U(C_i^U) = u_0$$

Dado que $C_i^E = C_i^U$, obtenemos que:

$$U(C_i^U) = u_0 + \frac{k L_i}{\bar{L}}$$

Como los consumos son iguales entonces $U(C_i^E) = U(C_i^U)$, por lo tanto la utilidad neta de trabajar ($U_T(C_i^E)$) es:

$$U_T(C_i^E) = U(C_i^E) - k = u_0 - \frac{k(\bar{L} - L_i)}{\bar{L}}$$

de donde se tiene que $U(C_i^U) > U_T(C_i^E)$.