

AUXILIAR 2.

1. **(C1 2005) CER en dos períodos.** Suponga una economía habitada por un sólo hogar de tamaño unitario, que vive por dos períodos, con la siguiente función de utilidad:

$$U = \theta \log(C_t) + (1 + \theta) \log(1 - L_t) \quad (1)$$

El consumidor maximiza el valor descontado de la utilidad, donde la tasa de descuento es ρ . Para $t = 1$ y 2 . El bien es perecible y la función de producción en cada período es:

$$Y_t = a_t L_t \quad (2)$$

La productividad es a_1 y a_2 .

- (a) Suponga que $a_1 = a_2 = a$. Calcule el valor de equilibrio del producto y empleo en cada período y la tasa de interés de equilibrio (basta con describir la ecuación que determina la tasa). Nota: debe partir determinando cuál es el salario en cada período.
 - (b) Suponga un aumento transitorio de la productividad ($a_1 = \bar{a} > a$). ¿Qué pasa con la producción y empleo en cada período?, además ¿qué ocurre con la tasa de interés de equilibrio?
 - (c) ¿Qué pasa cuando el cambio de la productividad es permanente?
2. **(C1 2005) Horizonte infinito y equivalencia ricardiana.** Considere una economía donde los individuos maximizan su utilidad, y no la del hogar, cuyo número de miembros crecen a una tasa n ($N_t = N_0 e^{nt}$). La oferta de trabajo es unitaria. El tiempo es continuo, y individuo recibe un salario w_t en cada instante, además tiene activos a_t , por los que le pagan una tasa de interés constante e igual a r . El individuo acumula activos \dot{a}_t , consume c_t y paga impuestos de suma alzada τ_t .
- No hay gasto de gobierno, sin embargo el gobierno tiene una deuda pública total B_t , la que paga un interés constante igual a r , lo que financia con un impuesto τ_t por individuo y lo que no alcanza a financiar vía impuestos lo hace acumulando deuda pública (\dot{B}_t).
- (a) Escriba la restricción presupuestaria del individuo, y también su restricción presupuestaria intertemporal.
 - (b) Escriba la restricción presupuestaria del gobierno en términos per-cápita y también escriba la correspondiente restricción intertemporal.
 - (c) En equilibrio el stock de activos total del individuo es $k_t + b_t$. Suponga que el consumo, los salarios y el impuesto son constantes, y escriba la restricción presupuestaria intertemporal. ¿Cuánto es el impuesto τ que satisface la restricción presupuestaria del gobierno como función del nivel de deuda inicial (denótelos b_t ó b_0)?
 - (d) Reemplace la restricción presupuestaria del gobierno en la restricción presupuestaria del individuo, considerando que los activos del individuo son capital y bonos. Demuestre que los bonos del gobierno son riqueza neta, por lo tanto la política de financiamiento de la deuda pública si tiene efectos reales. Muestre que la equivalencia ricardiana sólo se cumple cuando $n = 0$.

3. **(C1 2003)** Considere el modelo de Ramsey incorporando un gobierno que introduce en un período determinado, que llamaremos tiempo 0, un impuesto a los retornos del capital, τ , de modo que si r denota la tasa de retorno al capital *antes* del impuesto, entonces la tasa neta de impuestos que recibirán los hogares será igual a $(1 - \tau)r$. Asuma que este cambio en la política de impuestos no es anticipado. Asuma también que el gobierno devuelve a los individuos lo que recauda con el impuesto mediante una transferencia a suma alzada igual a z . Denotando mediante a los activos per cápita, tenemos que $z = \tau r a$ y que, como se trata de una transferencia a suma alzada, los hogares no internalizan el hecho que z es igual a $\tau r a$.

La función de utilidad que maximiza el individuo consumidor-productor representativo es:

$$U = \int_0^{\infty} \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} e^{-\rho t} dt \quad (3)$$

- (a) En el modelo habitual la restricción presupuestaria es:

$$\dot{a} = w + (r - n)a - c \quad (4)$$

Modifique esta restricción para incorporar el impuesto y la transferencia.

- (b) ¿Cómo afecta el impuesto a las curvas de $\dot{c} = 0$ y $\dot{k} = 0$? ¿Cómo responde la economía a la adopción del impuesto en el tiempo 0? ¿Cómo son las dinámicas después del tiempo 0? Compare el valor de c y k en estado estacionario con aquéllos cuando no hay impuestos. Dé una intuición económica para las diferencias que encuentre.
- (c) Suponga que existen muchas economías como ésta. Las preferencias de los trabajadores son las mismas en cada país, pero las tasas de impuesto al ingreso de la inversión pueden variar entre países. Asuma que cada país está en estado estacionario.
- Muestre que $\frac{(y^* - c^*)}{y^*}$, es decir, la tasa de ahorro en estado estacionario, es decreciente en τ . (Use la restricción presupuestaria en estado estacionario para reemplazar c^*).
 - ¿Tienen los ciudadanos de países con bajo τ , alto k^* o alto ahorro, algún incentivo para invertir en países de bajo ahorro? ¿Por qué o por qué no?
- (d) ¿La respuesta de (c) implica que una política pueda aumentar el bienestar mediante un subsidio a la inversión (i.e., hacer $\tau < 0$) financiando con un impuesto de suma alzada?.