



## Auxiliar 7

### Pregunta N°1

a) Muestre que el beta de la cartera de mercado es el promedio ponderado de los betas de cada uno de los activos que componen a la cartera de mercado.

**R:**

$$\beta_m = \frac{\text{cov}(rm, rm)}{\sigma_m^2} = \sum \frac{w_i * \sigma_{im}}{\sigma_m^2} = \sum w_i * \beta_i = 1$$

b) Explique qué entiende por riesgo sistemático y por riesgo específico.

**R:**

- Riesgo sistemático: Es el riesgo inherente al propio mercado, que no puede eliminarse mediante ninguna diversificación.
- Riesgo específico: Es el riesgo específico de una empresa o sector, este riesgo se puede eliminar de una cartera si ésta se diversifica.

c) Si el beta del activo A es  $w_A$  y para el activo B es  $(1-w)B$  calcule el beta de una cartera que invierte  $w$  en A y  $1-w$  en B.

**R:**

Sabemos que el beta de una cartera se puede expresar como una combinación lineal entre los betas de los activos que la componen y sus respectivos pesos en la cartera, luego, el beta pedido es:

$$\beta_c = w\beta_A + (1-w)\beta_B$$

d) Suponga que ud construye una cartera con  $N$  activos en donde invierte  $(1/N)$  en cada uno de ellos. Estime la varianza de esta cartera cuando  $N$  es muy grande. En qué casos esta varianza podría ser cercana a cero. Comente.

**R:**

$$\sigma_c^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} = \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 + \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} (\forall i \neq j)$$
$$\sigma_c^2 = \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 + (N^2 - N) \left(\frac{1}{N}\right)^2 COV_{prom}$$

Donde  $COV_{prom}$  es el promedio de la covarianza.

Luego, al tender  $N$  a infinito:

$$\sigma_c^2 = COV_{prom}$$

Por lo tanto, independiente de cuantos activos agreguemos, si invertimos  $(1/N)$  en ellos, la varianza se estabilizará en la covarianza promedio de los activos. Luego, la varianza de la cartera está acotada inferiormente por la covarianza promedio y dependiendo del valor de ésta se tendrá cuán cerca de cero es el valor.

e) Comente la frase siguiente: Un incremento en la tasa libre de riesgo hará que el precio del riesgo en el mercado disminuya.

**R:**

El precio del riesgo se define para la línea de mercado de capitales como la pendiente de esta, luego al aumentar  $r_f$  disminuye la pendiente, por lo tanto la aseveración es verdadera. Notar que cambia  $r_m$ .

## Pregunta N°2

Sea la siguiente información estadística sobre un conjunto de acciones en un mundo donde el CAPM se cumple.

	Retornos	Volatilidades	Matriz Correlaciones							
	Esp. Anuales	Anuales	UAL	SDS	INT	HP	IBM	C	BP	MSFT
UAL	10.0%	77.9%	1.00	0.00	0.03	0.13	0.12	0.24	-0.08	0.23
SDS	8.0%	42.6%	0.00	1.00	-0.10	0.20	0.23	0.34	0.17	0.11
INT	9.5%	34.0%	0.03	-0.10	1.00	0.03	0.02	0.17	0.11	0.18
HP	7.0%	37.9%	0.13	0.20	0.03	1.00	0.19	0.26	0.61	0.27
IBM	3.5%	40.4%	0.12	0.23	0.02	0.19	1.00	0.41	0.34	-0.06
C	4.0%	31.4%	0.24	0.34	0.17	0.26	0.41	1.00	0.34	0.05
BP	4.8%	20.9%	-0.08	0.17	0.11	0.61	0.34	0.34	1.00	0.04
MSFT	5.5%	34.2%	0.23	0.11	0.18	0.27	-0.06	0.05	0.04	1.00

a) Construya una cartera con las acciones de Microsoft y Citibank (MSFT y C) que tenga el menor riesgo posible (la llamaremos Cartera 1). ¿Cuál es la rentabilidad de esta cartera?

Aquí se busca minimizar el sigma de la cartera.

$$\sigma_1^2 = w^2 \sigma_{MSFT}^2 + (1-w)^2 \sigma_C^2 + 2w(1-w) \rho_{MSFT,C} \sigma_C \sigma_{MSFT}$$

Min c/r a w

$$w=0.455 \quad (1-w)=0.545$$

$$\bar{r}_1 = w5.5\% + (1-w)4\% = 4.68\%$$

b) Si ud. construye otra cartera (Cartera 2), definida por

- Cartera 2: 10% en INT y el resto en HP

Encuentre el coeficiente de correlación entre la Cartera 2 y el activo INT.

Sabemos que:

$$\bar{r}_2 = 0.1r_{INT} + 0.9r_{HP}$$

$$\text{cov}(r_2, r_{INT}) = \rho_{2INT} \sigma_{INT} \sigma_2$$

$$\text{cov}(r_2, r_{INT}) = 0.1\sigma_{INT}^2 + 0.9\rho_{HPINT} \sigma_{INT} \sigma_{HP} = 0.015039$$

$$\sigma_2^2 = 0.1^2 \sigma_{INT}^2 + 0.9^2 \sigma_{HP}^2 + 2\rho_{INTHP} \sigma_{INT} \sigma_{HP} = 0.118201$$

$$\Rightarrow \rho_{2INT} = 0.128656$$

c) Suponga que Ud. quiere invertir en dos activos que muestran las rentabilidades esperadas mayores (UAL e INT). Sin embargo, su máxima tolerancia al riesgo es de 32% (de volatilidad). ¿Qué combinación de UAL e INT le aseguran máxima rentabilidad sin exceder su tolerancia al riesgo?

$$0.32^2 = w^2 \sigma_{UAL}^2 + (1-w)^2 \sigma_{INT}^2 + 2w(1-w) \rho_{UAL,INT} \sigma_{UAL} \sigma_{INT}$$

$$W1=0.2189, W2=0.08537$$

Se calcula el retorno para cada alternativa:

$$R1=9.609\%, R2=9.542\%$$

$R1 > R2$ , por lo tanto, nos quedamos con la alternativa 1.

### Pregunta N°3

Suponga que en un mundo en donde se cumple el CAPM, la tasa libre de riesgo es de 5%, y la cartera de mercado se estima que tiene un retorno esperado de 12%, mientras que la volatilidad de la cartera de mercado es de 30%.

a) Si un inversionista quisiera recibir en valor esperado alrededor de 20% en rentabilidad. Cuál debiera ser la composición de su cartera (entre cartera de mercado y activo libre de riesgo), y cuánto sería el riesgo mínimo a que debiera exponerse?

$$0.2 = w0.12 + (1 - w)0.05$$

$$W=2.14, (1-w)=-1.14$$

$$r = \frac{0.21 - 0.05}{0.3} \sigma + 0.05 \Rightarrow \sigma_{\min} = 64.3\%$$

b) Si a ud. le ofrecen un negocio (proyecto) con una rentabilidad esperada de 15%, y una volatilidad del 25%, ¿debiera tomarlo? Explique

$$0.15 = 0.23\sigma + 0.05$$

$$\Rightarrow \sigma = 42.3\%$$

Por lo tanto me conviene tomarlo.

c) Si le ofrecen un segundo proyecto con una rentabilidad esperada del 8% y un beta del proyecto de 0,5, ¿debiera tomarlo? Explique

$$R_E = 0.05 + 0.5(0.12 - 0.05) = 8.5$$

No debiera tomarlo.

d) Suponga que uno de los activos que conforman la cartera de mercado (Activo A) tiene una volatilidad de 50%, y un beta de 0,8. Mientras que el Activo B tiene una volatilidad de 30% y un beta de 1,2. ¿Es posible encontrar una combinación de A y B tal que el beta de esta nueva cartera sea cero? En caso afirmativo, encuentre el retorno esperado y la volatilidad de esta cartera.

$$0.8w + 1.2(1 - w) = 0 \Rightarrow w=3, (1-w)=-2$$

$$R_c = 3R_a - 2R_b$$

Por CAPM:

$$R_a = 0.106$$

$$R_b = 0.134$$

$$\text{Implica: } R_c = 0.05$$

Dudas y comentarios:  
[jszigeth@dii.uchile.cl](mailto:jszigeth@dii.uchile.cl)  
[santiagotruffa@hotmail.com](mailto:santiagotruffa@hotmail.com)