



# MANEJO Y ADMINISTRACIÓN DEL INVENTARIO

---

Manejo de existencias

**JAIME MIRANDA**

Departamento de Ingeniería Industrial  
Universidad de Chile

\_\_\_\_\_

- IN47B Ingeniería de Operaciones Semestre Primavera 2006

# Tipos de Inventario

---

- Materias Primas.
- Productos en Proceso.
- Productos Finales.
- Partes y Repuestos.

[illegible]

- IN47B Ingeniería de Operaciones Semestre Primavera 2006

# Aspectos más Importantes

---

- Pronósticos de demanda.
- Política de Inventario:
  - Qué ordenar.
  - Cuánto ordenar.
  - Cuándo ordenar.

# Factores que afectan una Política

---

- Demanda de los clientes (distribución).
- Tiempos de entrega (determinísticos o aleatorios).
- Número de productos almacenados en bodega.
- Largo del horizonte de planificación.
- Costos fijos (órdenes) y de mantención de inventarios.
- Nivel de servicio requerido.

# Cantidad Económica de Pedido (EOQ)

---

- Fue introducido por F.W. Harris, pero fue realmente aplicada por un consultor de apellido Wilson.
  
- Se basa en los siguientes supuestos:
  - La tasa de demanda es constante y conocida.
  - El tiempo de entrega es constante y se conoce.
  - No se permiten inexistencias, al conocer la demanda y el tiempo de entrega se puede saber con exactitud cuándo hacer un pedido.
  - El material se obtiene en batch, llega todo de una vez.
  - El artículo es un producto singular, no existe interacción con otros productos.

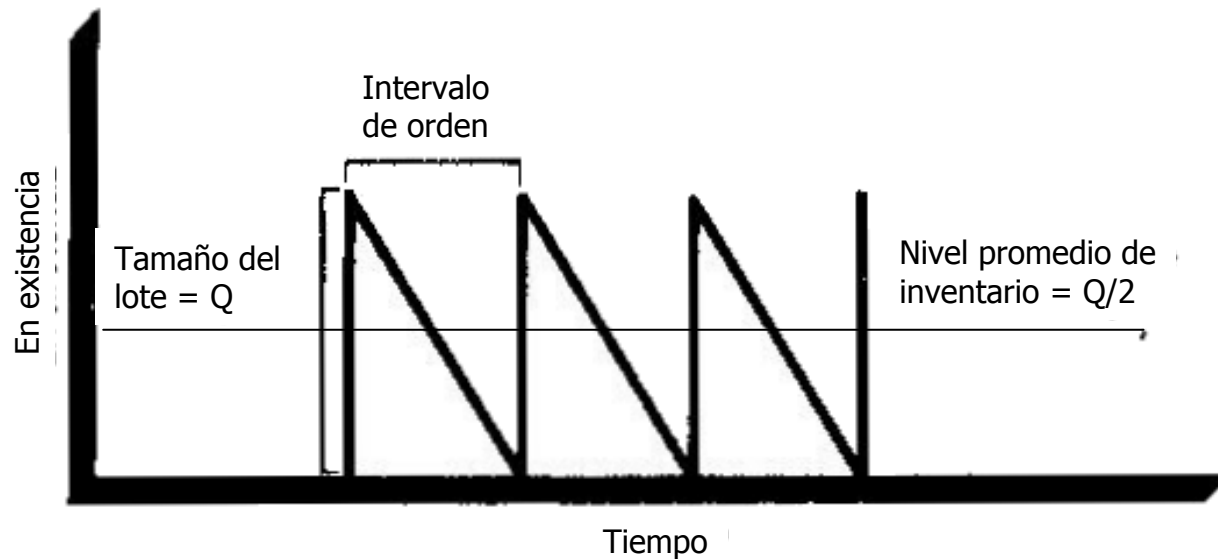
# Cantidad Económica de Pedido (EOQ)

---

- Se utiliza la siguiente estructura de costos:
  - El costo del artículo es constante, no existen rebajas por volumen.
  - El costo de mantenimiento depende linealmente del inventario promedio.
  - Existe un costo fijo de colocar una orden independiente de lo que se pida.

# Cantidad Económica de Pedido (EOQ)

- Representación gráfica:



## Niveles de Inventario EOQ

# Cantidad Económica de Pedido (EOQ)

---

- Refleja el trade-off entre los costos de pedido y almacenamiento.
- Considera una demanda constante para un solo producto.
- La bodega pide una orden al proveedor suponiendo que este último tiene una cantidad ilimitada de producto.
- El objetivo es encontrar la política de administración que minimiza los costos de compra y mantención.
- Permite desarrollar políticas de inventario efectivas para sistemas complejos más realistas.

## Cantidad Económica de Pedido (EOQ)

■ Algunas definiciones:

- $D$ = tasa de demanda, unidades al año.
- $S$ = costo de hacer un pedido, \$ por orden.
- $C$ = costo unitario del artículo, \$ por unidad.
- $i$ = tasa de interés por tener inventario, porcentaje.
- $Q$ = tamaño del lote, unidades.
- $TC$ = costo total=  $C_{\text{compra}} + C_{\text{inventario}}$ , \$ al año.

# Cantidad Económica de Pedido (EOQ)

- El costo anual de compra es:
  - $C_{\text{compra}} = (\text{costo por pedido})(\text{pedidos al año})$

$$S \frac{D}{Q}$$

- El costo anual de inventario es:
  - $C_{\text{inventario}} = (\text{tasa de interés})(\text{costo unitario})(\text{inventario promedio})$

$$\frac{iCQ}{2}$$

# Cantidad Económica de Pedido (EOQ)

- Costo anual:

$$TC = S \frac{D}{Q} + \frac{ICQ}{2}$$

- Q óptimo ( $Q^*$ ):

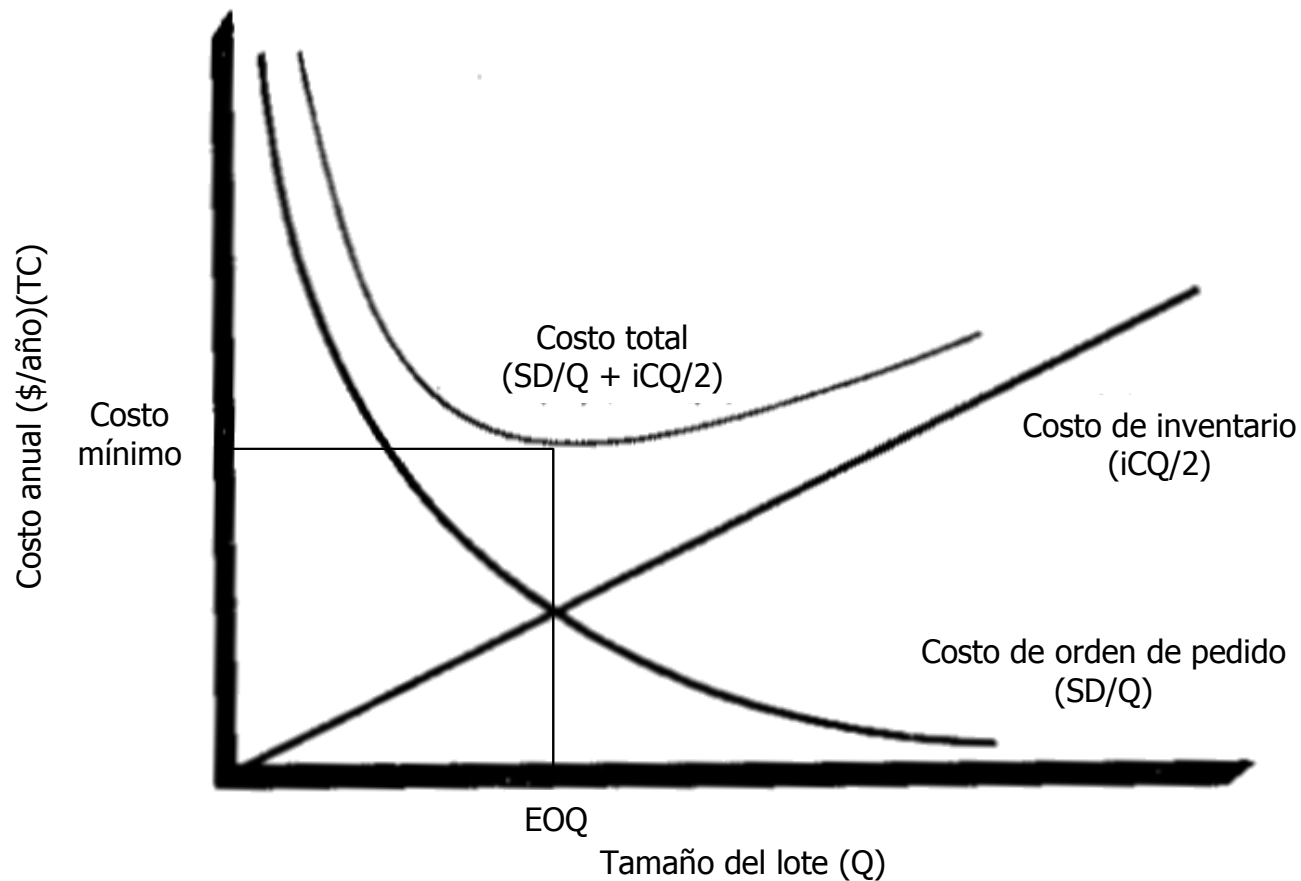
$$\frac{\partial(TC)}{\partial Q} = -\frac{SD}{Q^2} + \frac{IC}{2} = 0 \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2SD}{IC}}$$

# Cantidad Económica de Pedido (EOQ)

- Costo anual óptimo:

$$K(Q^*) = \frac{SD}{Q^*} + \frac{ICQ^*}{2} = \frac{SD}{\sqrt{\frac{2SD}{IC}}} + \frac{IC\sqrt{\frac{2SD}{IC}}}{2} = \sqrt{2SDIC}$$

# Cantidad Económica de Pedido (EOQ)



## Costo Total de Inventario

[illegible]

## Cantidad Económica de Pedido (EOQ)

- El costo mínimo para mantener este inventario será:

$$TC = 10\left(\frac{360}{60}\right) + 0,25(8)\left(\frac{60}{2}\right) = 60 + 60 = 120$$

- Note que en el óptimo los costos de compra e inventario se igualan.

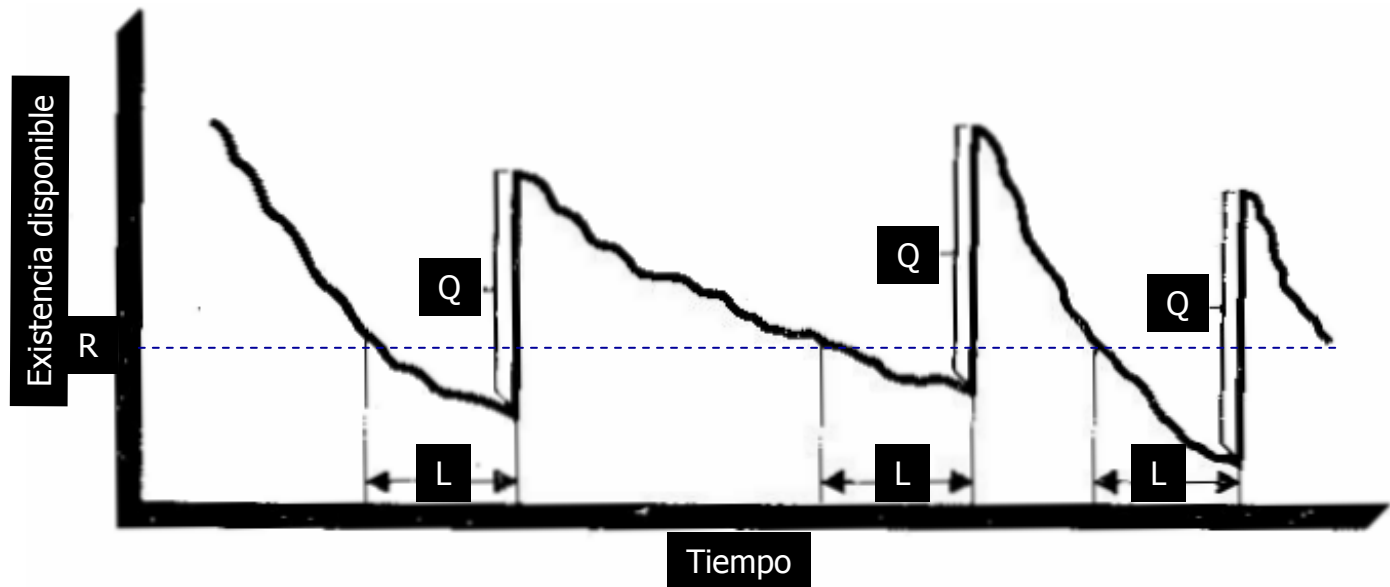
# El Problema de la Incertidumbre

# Demanda Aleatoria:

- Sistema de Revisión Continua (Q):
  - Se conoce en cada momento el inventario.
  - Se debe decidir en que momento ordenar.
- Notación:
  - Q: tamaño de la orden (se usa  $Q^*$  por ser robusto).
  - R: punto de reorden.
  - L: tiempo de entrega.
  - m: demanda media.
  - s: inventario de seguridad.
  - Nivel de servicio: probabilidad de servir todas las demandas.

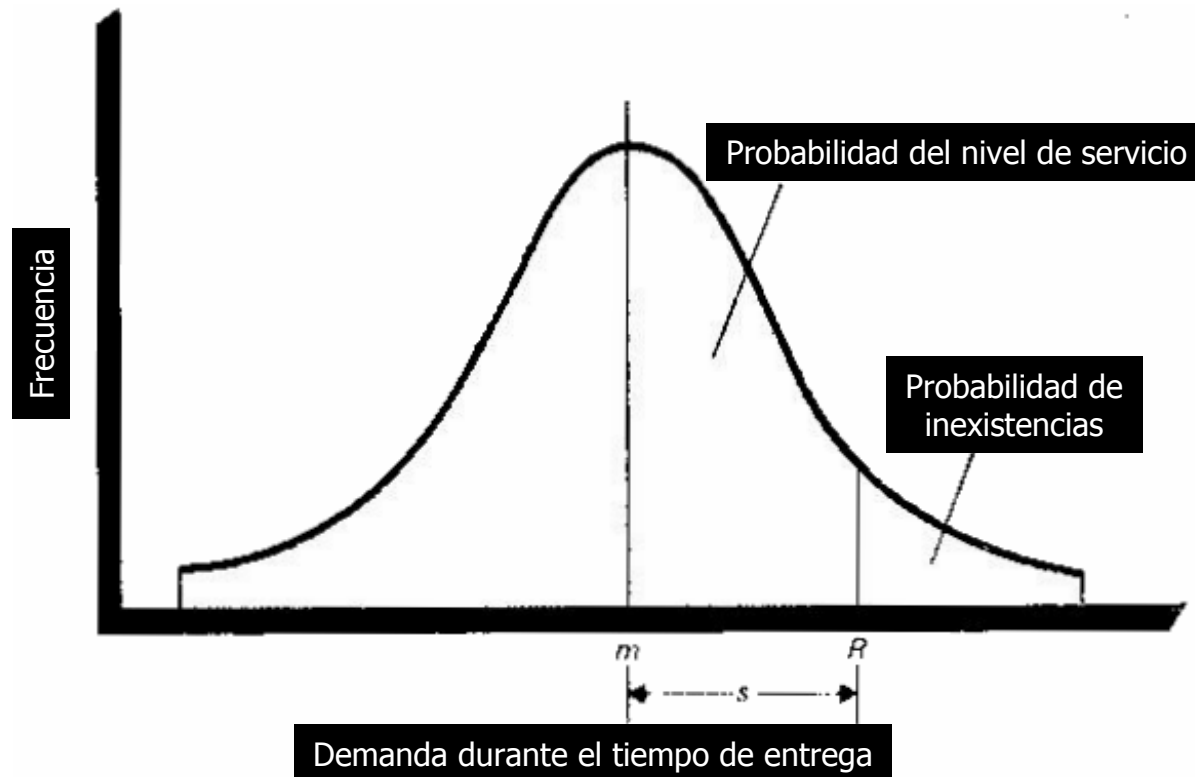
# El Problema de la Incertidumbre

- Representación gráfica:



Sistema de Revisión Continua (Q)

# El Problema de la Incertidumbre



Distribución de Probabilidad de la Demanda

# El Problema de la Incertidumbre

- Punto de reorden:

$z$  : factor de seguridad.

$\sigma$  : desviación standard en tiempo de orden.

$$R = m + s = m + z\sigma$$

- Existe relación entre  $z$  y el nivel de servicio deseado, asumiendo una distribución de demanda normal:

- $z=1.0$       Nivel de Servicio 84.1%.
- $z=2.0$       Nivel de Servicio 97.7%.
- $z=3.0$       Nivel de Servicio 99.9%.

# El Problema de la Incertidumbre

- Ejemplo:

- Demanda promedio: 200 cajas al día.
- Tiempo de entrega: 4 días.
- Desviación standard de la demanda diaria: 150 cajas.
- Nivel de servicio deseado: 95%.
- $S = \$20$  por orden.
- $i = 20\%$  anual.
- $C = \$10$  por unidad.
- Almacén funciona 5 días a la semana, 50 semanas al año (250 días al año).

# El Problema de la Incertidumbre

Demanda promedio anual =  $250 \cdot 200 = 50.000$  cajas al año.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \cdot 250 \cdot 200}{10 \cdot 0.2}} = 1.000 \text{ cajas.}$$

Demanda promedio en el tiempo de orden =  $200 \cdot 4 = 800$  cajas.

Desviación standard en el tiempo de orden =  $\sqrt{4} 150 = 300$  unidades<sup>1</sup>.

Nivel de Servicio de 95%  $\Rightarrow z = 1.65$ .

$$R = m + z\sigma = 800 + 1.65 \cdot 300 = 1.295 \text{ unidades.}$$

- La regla sería colocar una orden de 1.000 cajas cada vez que el inventario alcance 1.295 unidades.

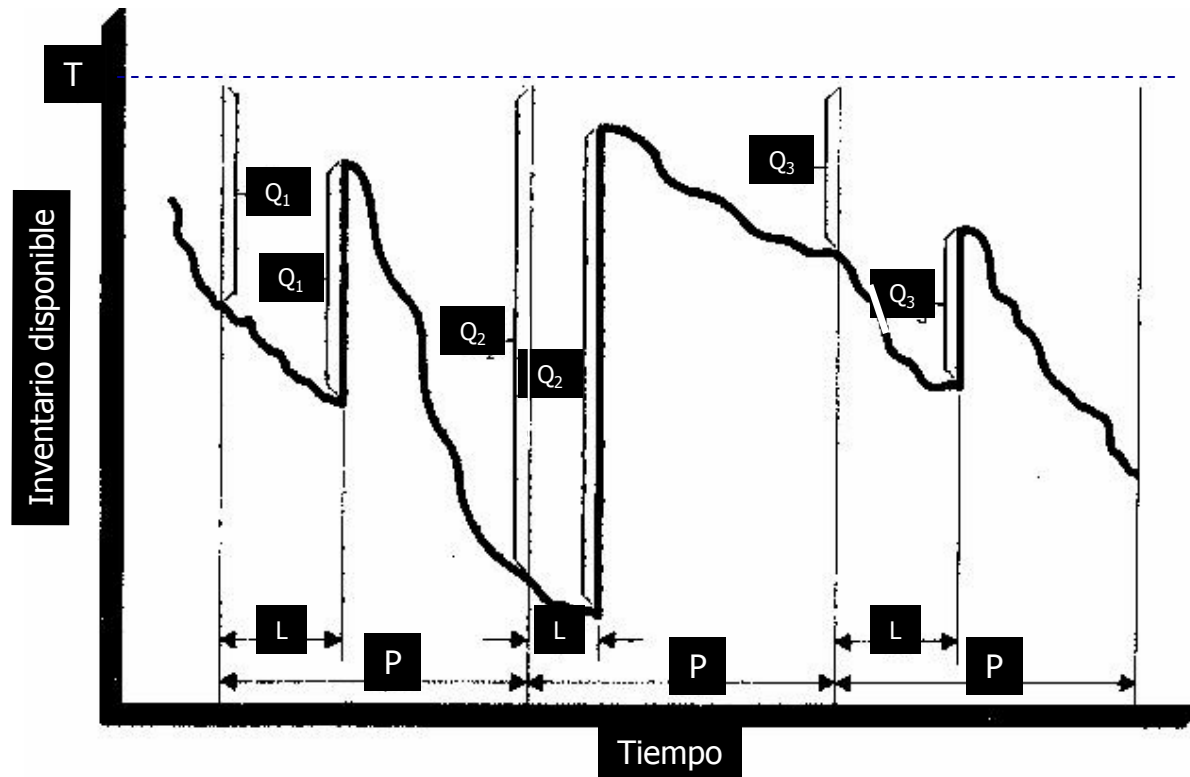
<sup>1</sup> La varianza de una suma es la suma de las varianzas cuando las variables son independientes.

# El Problema de la Incertidumbre

- Sistema de Revisión Periódica (P):
  - Se conoce el inventario periódicamente al revisar.
    - Ejemplo: se hace un pedido semanal.
  - Se debe cubrir demanda cuando se hace la revisión y se hace pedido para llegar a un nivel objetivo (T).
- Notación:
  - P: tiempo entre pedidos.
  - T: inventario meta u objetivo, debe cubrir hasta que llegue el siguiente pedido.
  - $m'$ : demanda promedio  $P + L$ .
  - $s'$ : inventario de seguridad en  $P + L$ .

# El Problema de la Incertidumbre

- Representación gráfica:



## Sistema de Revisión Periódica

# El Problema de la Incertidumbre

- Cálculo de  $P$  usando  $Q^*$  ( $Q$  óptimo):

$$P = \frac{Q^*}{D} = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{2DS}{IC}} = \sqrt{\frac{2S}{ICD}}$$

- Cálculo de  $T$ :

$z$  : factor de seguridad.

$\sigma'$ : desviación standard en  $P + L$ .

$$T = m' + s' = m' + z\sigma'$$

# El Problema de la Incertidumbre

- Ejemplo:
  - Q óptimo ( $Q^*$ ) = 1.000 cajas.
  - Demanda diaria = 200 cajas.
  - Nivel de servicio del 95%.

$$P = \frac{Q}{D} = \frac{1.000}{200} = 5 \text{ días.}$$

Demanda promedio en  $P + L = 200 \cdot 9 = 1.800$  cajas.

Desviación standard en  $P + L = \sqrt{9} \cdot 150 = 450$  unidades.

Nivel de Servicio de 95%  $\Rightarrow z = 1.65$ .

$$T = m' + z\sigma' = 1.800 + 1.65 \cdot 450 = 2.542 \text{ unidades.}$$

# El Problema de la Incertidumbre

---

- La regla sería revisar cada 5 días y llevar el nivel de inventario a 2.542 cajas.



# El Problema de la Incertidumbre

## ■ Problema Clásico del Vendedor de Diarios.

■ Datos:

$p$  : precio de compra.

$q$  : precio de venta (mayor que  $p$ ).

$r$  : precio de devolución (menor que  $p$ ).

$f(t)$ : probabilidad de una demanda de  $t$  unidades.

- Variable de decisión:

$x$  : número de diarios a comprar.

# El Problema de la Incertidumbre

- Ingreso esperado:

$$I(x) = \begin{cases} (q - p)t + (r - p)(x - t) & \text{si } x > t. \\ (q - p)x & \text{si } x \leq t. \end{cases}$$

$$E[I(x)] = \int_0^x [(q - p)t + (r - p)(x - t)]f(t)dt \\ + \int_x^{\infty} (q - p)xf(t)dt$$

$$\frac{\partial E[I(x)]}{\partial x} = 0 \Rightarrow x^*$$

# El Problema de la Incertidumbre

- Si la demanda sigue una distribución Uniforme  $[0, T]$ :

$$\begin{aligned} E[I(x)] &= \int_0^x (q - r)t \frac{1}{T} dt + \int_0^x (r - p)x \frac{1}{T} dt \\ &\quad + \int_x^T (q - p)x \frac{1}{T} dt \\ &= \frac{(q - r)}{T} \frac{x^2}{2} + \frac{(r - p)}{T} x^2 + \frac{(q - p)x}{T} (T - x) \\ \Rightarrow x^* &= \frac{(p - q)}{(r - q)} T \end{aligned}$$



# MANEJO Y ADMINISTRACIÓN DEL INVENTARIO

---

**JAIME MIRANDA**

Departamento de Ingeniería Industrial  
Universidad de Chile