



PROGRAMACIÓN DE OPERACIONES

SCHEDULING-SECUENCIAMIENTO DE TAREAS

JAIME MIRANDA

Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile

Programación de n tareas en dos máquinas:

- Dos o más tareas deben procesarse en dos máquinas en una secuencia en común.
- El método que permite minimizar el tiempo de proceso (desde que comienza la primera tarea hasta que termina la última) se llama Método de Johnson.
- Otorga también el programa óptimo para el tiempo de inactividad mínimo.



→ PROCEDIMIENTO:

- Paso 1: Determinar el tiempo de operación para cada tarea en ambas máquinas.
- Paso 2: Escoger el tiempo de operación más corto.
- Paso 3: Si está en la primera máquina, hacer la tarea primero. Si está en la segunda, hacer la tarea al último.
- Paso 4: Repetir pasos (2) y (3) para las tareas restantes hasta completar el programa.



→ Ejemplo:

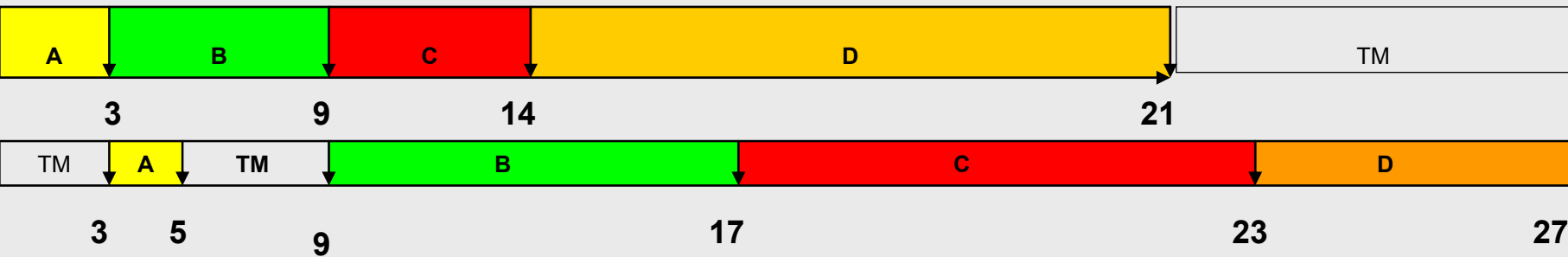
- Al comienzo del día se han recibido 4 trabajos, los cuales se desea secuenciar en las dos máquinas que posee la empresa:

Tarea	Tiempo Operación	Tiempo Operación
	Máquina 1	Máquina 2
A	3	2
B	6	8
C	5	6
D	7	4

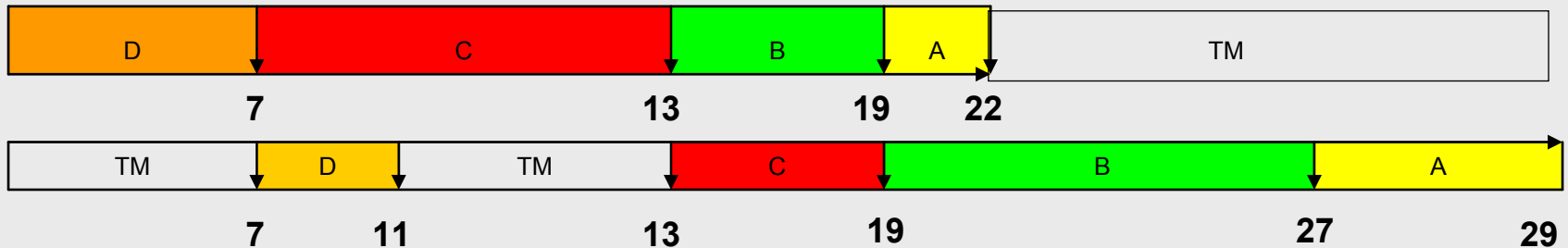
- Probar FIFO-LIFO

TÉCNICAS DE PROGRAMACIÓN (3)

FIFO



LIFO



TÉCNICAS DE PROGRAMACIÓN (4)

- MÉTODO DE JOHNSON

Tarea	Tiempo Operación Máquina 1	Tiempo Operación Máquina 2
A	3	2
B	6	8
C	5	6
D	7	4

Secuencia: ? - ? - ? - A

Tarea	Tiempo Operación Máquina 1	Tiempo Operación Máquina 2
A	3	2
B	6	8
C	5	6
D	7	4

Secuencia: ? - ? - D - A

TÉCNICAS DE PROGRAMACIÓN (14)

Tarea	Tiempo Operación Máquina 1	Tiempo Operación Máquina 2
A	3	2
B	6	8
C	5	6
D	7	4

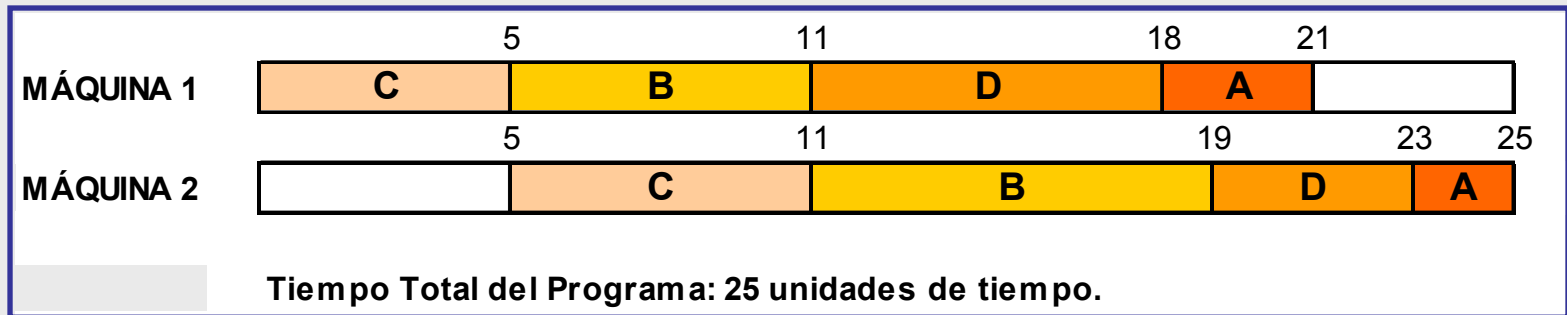
Secuencia: C - ? - D - A

Tarea	Tiempo Operación Máquina 1	Tiempo Operación Máquina 2
A	3	2
B	6	8
C	5	6
D	7	4

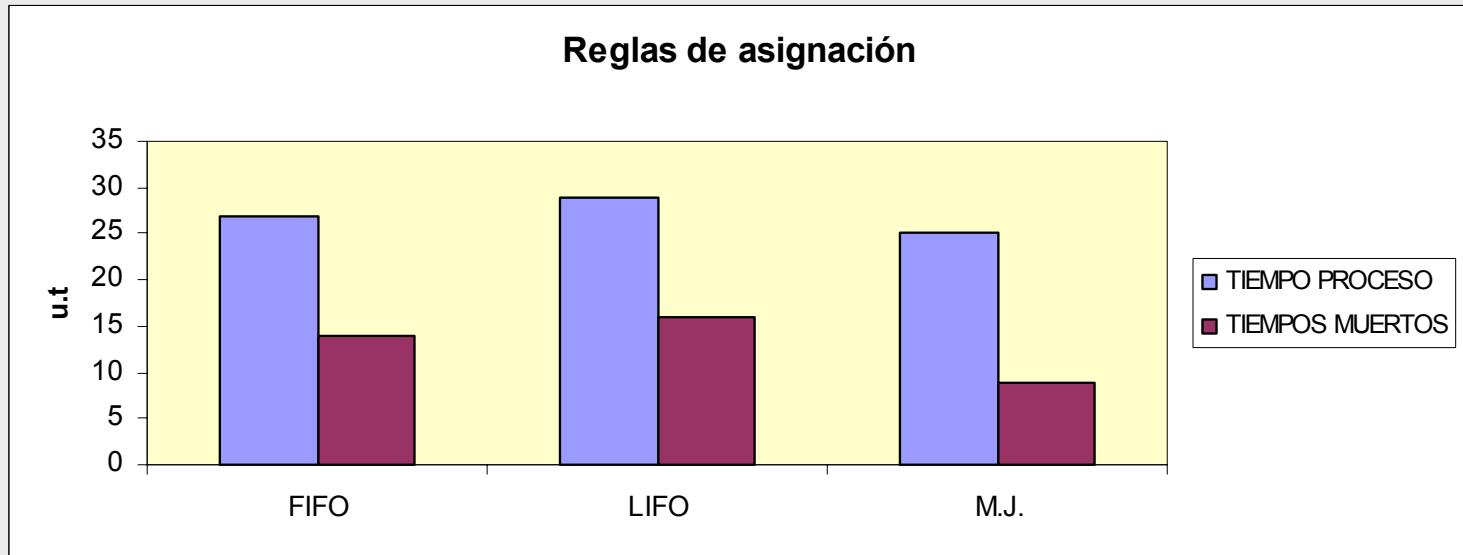
Secuencia Final: C - B - D - A

TÉCNICAS DE PROGRAMACIÓN (15)

- Tiempo de Proceso:

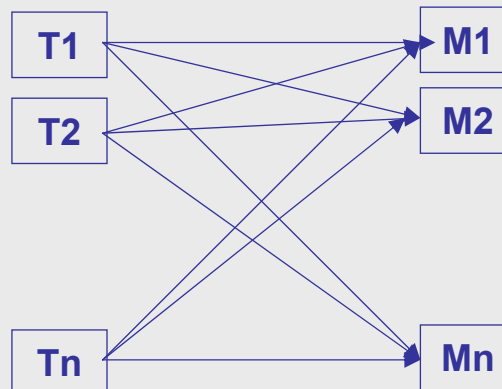


COMPRACIONES



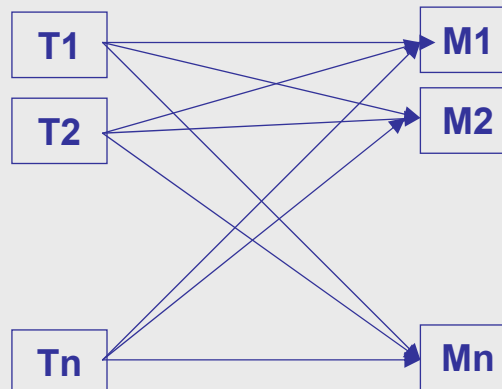
Programación de n tareas en n máquinas:

- En algunos talleres se tienen suficientes máquinas como para empezar todas la tareas al mismo tiempo.
- El problema en estos casos es la asignación tarea-máquina que dará mejores resultados.
- Uno de los métodos utilizados para encontrar la asignación óptima, de acuerdo a algún criterio, se denomina Método de Asignación.



→ El Método de Asignación es aplicable a problemas que tienen las siguientes características:

- Existen “n” cosas que deben distribuirse a “n” destinos.
- Cada cosa debe asignarse a un solo destino.
- Sólo se puede utilizar un criterio (costo mínimo, utilidad máxima, tiempo de proceso mínimo, etc)



→ Procedimiento:

- Paso 1: Sustraer el número más pequeño de cada fila a sí mismo y a toda la fila (habrá por lo menos un cero en cada fila).
- Paso 2: Sustraer el número más pequeño de cada columna a todos los números de la columna (habrá por lo menos un cero en cada columna).
- Paso 3: Determinar si el número mínimo de líneas requeridas para cubrir cada cero es igual a n . En caso de ser así, se tiene la solución óptima. Si no, ir al Paso 4.
- Paso 4: Dibujar el mínimo número posible de líneas a través de todos los ceros. Sustraer el número más pequeño no cubierto por las líneas a sí mismo y a todos los no cubiertos. Agregarlo a los números que se encuentran en la intersección de las líneas. Repetir Paso 3.

→ Ejemplo:

- 5 tareas y 5 máquinas
- Los costos de proceso de cada combinación tarea-máquina son:

		Máquina				
Tarea		1	2	3	4	5
	A	5	6	4	8	3
	B	6	4	9	8	5
	C	4	3	2	5	4
	D	7	2	4	5	3
	E	3	6	4	5	5

- Hay que notar que existen 5! (120) asignaciones posibles.
- Probar por máquina.-FIFO-LIFO

→ Desarrollo:

		Máquina				
Tarea		1	2	3	4	5
	A	2	3	1	5	0
	B	2	0	5	4	1
	C	2	1	0	3	2
	D	5	0	2	3	1
	E	0	3	1	2	2

Paso 1: Reducción de filas.

		Máquina				
Tarea		1	2	3	4	5
	A	2	3	1	3	0
	B	2	0	5	2	1
	C	2	1	0	1	2
	D	5	0	2	1	1
	E	0	3	1	0	2

Paso 2: Reducción de columnas.

TÉCNICAS DE PROGRAMACIÓN (22)

		Máquina				
		1	2	3	4	5
Tarea	A	2	3	1	3	0
	B	2	0	5	2	1
	C	2	1	0	1	2
	D	5	0	2	1	1
	E	0	3	1	0	2

Paso 3: N° de líneas requeridas menor que n.

		Máquina				
		1	2	3	4	5
Tarea	A	1	3	0	2	0
	B	1	0	4	1	1
	C	2	2	0	1	3
	D	4	0	1	0	1
	E	0	4	1	0	3

Paso 4: Intersección de líneas.

TÉCNICAS DE PROGRAMACIÓN (23)

→ Solución Óptima:

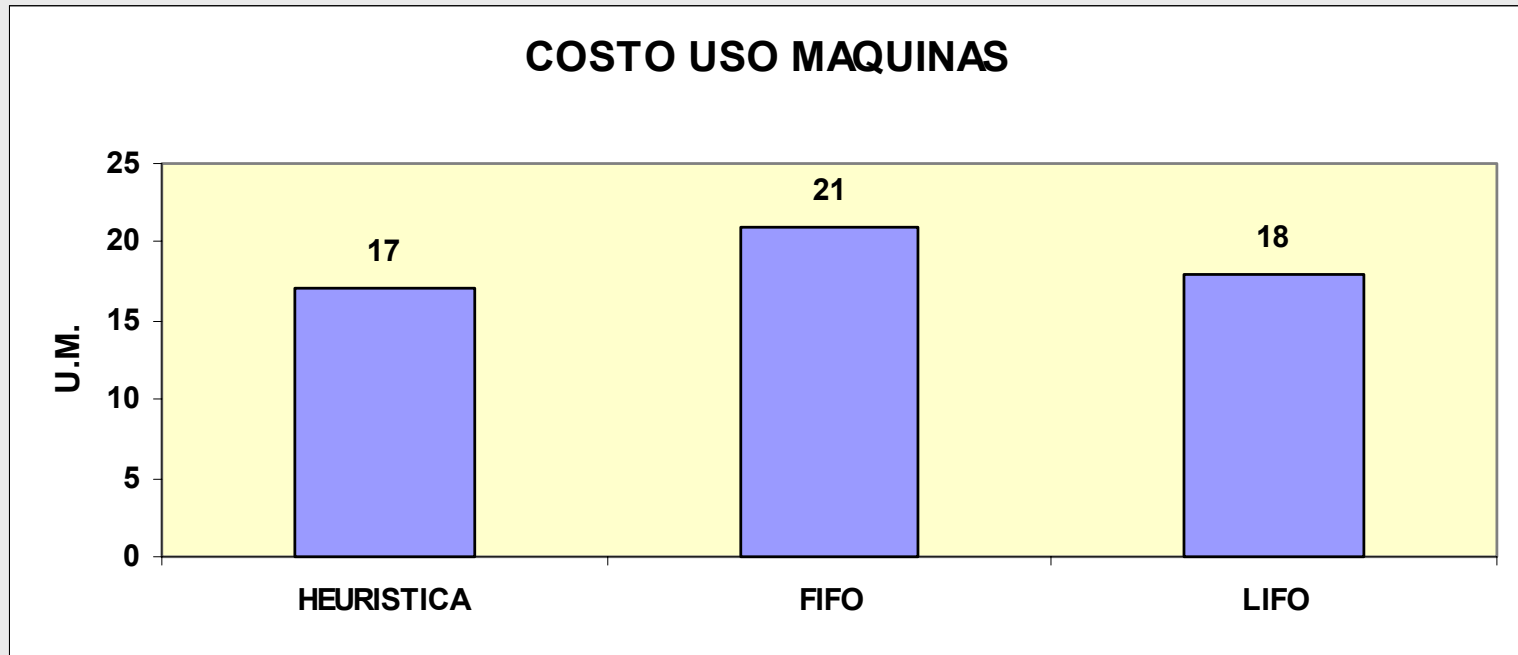
		Máquina				
		1	2	3	4	5
Tarea	A	1	3	0	2	0
	B	1	0	4	1	1
	C	2	2	0	1	3
	D	4	0	1	0	1
	E	0	4	1	0	3

Solución: N° líneas requeridas igual a n.

Asignaciones óptimas y sus costos

Tarea A a la máquina 5 .	US\$3
Tarea B a la máquina 2 .	4
Tarea C a la máquina 3 .	2
Tarea D a la máquina 4 .	5
Tarea E a la máquina 1 .	3
Costo Total	US\$17

COMPARACIÓN



Programación de n tareas en m máquinas:

- Existen $(n!)^m$ programas alternativos para las n tareas en m máquinas.
- Se acostumbra utilizar simulación para determinar los méritos de las reglas de despacho consideradas.
- Otra alternativa es utilizar programación matemática, con algún objetivo definido (por ejemplo, minimización de costos o tiempos de espera).

Nota: Debemos tener en cuenta que en un taller real los pedidos pueden llegar durante el día.

MINIMIZAR EL COSTO TOTAL

- Cada tarea se asigne a una y sólo una máquina.
- Cada máquina realice una y solo una tarea

Variables

x_{ij} : 1 si la tarea i se hace con la máquina j

c_{ij} : coste de realizar la tarea i con máquina j

n tareas

m máquinas

PROBLEMA DE ASIGNACIÓN (2)

$$\text{Min} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

s.a.

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, j = 1..n \quad \leftarrow \text{Una tarea a una máquina}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i = 1..m \quad \leftarrow \text{Una máquina a una tarea}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}$$

CASOS APLICADOS A LA GESTION DE OPERACIONES



OBJETIVOS

→ Se busca asignar:

- Salas de clases
- Horarios de cursos
- Profesores de cátedra
- Cursos de los distintos semestres

→ Existen distintos tipos de restricciones

- Condiciones inviolables
- Condiciones deseables

→ Para problemas de gran tamaño, la obtención de una buena solución no es trivial.



MODELAMIENTO

- Identificar restricciones inviolables.
- Identificar restricciones violables.
- Asignar penalizadores al incumplimiento de las restricciones violables.



FUNCION OBJETIVO

- Minimizar la suma de las penalizaciones.
- Sujeta a las restricciones inviolables.

COMPLEJIDAD DEL SISTEMA

- Problema NP- Completo – Naturaleza combinatorial.
- Tiempo y dificultad de resolución explotan cuando el problema crece.
- Intensivo en el uso de heurísticas.



ENFOQUES DE SOLUCION

- Método de enumeración de soluciones.
- Programación entera.
- Coloreo de grafos.
- Algoritmos genéticos.
- Tabú Search.

INFORMACIÓN NECESARIA PARA EL PROBLEMA

- Cursos a ser dictados en el semestre.
- Cantidad de secciones para cada ramo.
- Asignación previa de profesores a cursos y secciones.
- Módulos utilizados por cada curso.
- Módulos horarios en que se dictan clases (A,B,...).
- Preferencias de los profesores.
- Requisitos.
- Capacidad de las salas de clases disponibles.
- Alumnos esperados por ramo.



¿CUÁL ES EL OBJETIVO PERSEGUIDO?

- Los profesores no sufran topes en los Cursos que dictan.
- No exista tope entre ramos de un mismo semestre.
- Todas las secciones de un mismo ramo se dicten en el mismo horario.

Curso	Profesor	Seccion	Inscritos	Modulos	Semestre
IN34A	Rey	1	106	3	Septimo
IN34A	Duran	2	97	3	Septimo
IN34A	Cataldo	3	75	3	Septimo
IN44A	Saure	1	86	2	Octavo
IN44A	Saure	2	73	2	Octavo
IN47A	Weintraub	1	100	2	Octavo
IN47A	Epstein	2	84	2	Octavo
IN47B	Saure	1	60	2	Noveno
IN55A	Varas	1	75	2	Decimo
IN55A	Goic	2	40	2	Decimo
IN627	Goic	1	40	2	Decimo
IN70L	Weintraub	1	38	2	Decimo Primero
IN71K	Duran	1	23	2	Decimo Primero
IN72K	Varas	1	35	2	Decimo Segundo
IN75K	Rey	1	31	1	Decimo Segundo
IN75K	Epstein	2	21	1	Decimo Segundo

CASO PARTICULAR: DII

Sala	Capacidad
31DII	60
Q0	100
QP	100
F10	120
Q10	120
Hidráulica	120
204DII	45
21DII	35
22DII	35
B108	60
B104	50
17S	60
15S	60
19S	60
05S	40

Día	Módulo del día	Bloque
Lunes	1	B1
Miercoles	1	B1
Viernes	1	B1
Martes	2	B2
Jueves	2	B2
Lunes	3	B3
Miercoles	3	B3
Miercoles	6	B3
Martes	6	B4
Martes	7	B4
Lunes	5	B5
Miercoles	4	B5
Viernes	5	B5
Lunes	6	B6
Jueves	4	B6
Miercoles	6	B7
Miercoles	7	B7
Lunes	5	B8
Miercoles	4	B8
Jueves	5	B8
Lunes	4	B9
Lunes	5	B9
Martes	1	B10
Miercoles	5	B10
Jueves	1	B10

INDICES Y CONJUNTOS:

sem: **Semestre : 7,8,9,10,11,12**

r: **Ramos : 1,...,10**

p: **Profesores : 1,...,9**

m: **Módulos : 1,...,35**

s: **Salas : 1,...,15**

b : **Bloques : 1,...,10**

$$b_i = \{m / m \text{ pertenece al bloque } i \}$$

$$F_1 = \{(p, r) / \text{profesor } p \text{ dicta ramo } r\}$$

$$F_2 = \{(sem, r) / \text{ramo } r \text{ es dictado en semestre } sem\}$$

PARÁMETROS

A_{pr} : N° esperado de alumnos que inscriben la sección

N_r : N° de módulos necesarios para ramo r

$Caps$: Capacidad de la sala s

$Secr$: N° de secciones del ramo r

VARIABLES DE DECISION:

X_{pr}^{ms} : $\begin{cases} 1 & \text{si el profesor p dicta el ramo r en el modulo m y en la sala s} \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$

Y_{pr}^b : $\begin{cases} 1 & \text{si el profesor p ocupa al menos 1 módulo del bloque b para dictar el ramo r.} \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$

RESTRICCIONES

Un profesor no puede dictar un ramo que no le corresponde.

$$\sum_s \sum_m \sum_{r: (r,p) \notin F_1} X_{rp}^{ms} = 0 \quad \forall p$$

En una misma sala y modulo se puede dictar a lo más 1 curso.

$$\sum_p \sum_{r: (r,p) \in F_1} X_{pr}^{ms} \leq 1 \quad \forall m, s$$

Un profesor no puede dictar más de un ramo al mismo tiempo.

$$\sum_s \sum_{r: (r,p) \in F_1} X_{pr}^{ms} \leq 1 \quad \forall p, m$$

Una clase no puede dictarse en una sala con capacidad insuficiente.

$$X_{pr}^{ms} \cdot A_{pr} \leq Cap_s \quad \forall (p,r) \in F_1, \forall m, \forall s$$

RESTRICCIONES

Todos los Módulos de una sección deben ser programados (horario y salas)

$$\sum_s \sum_m X_{rp}^{ms} = N_r \quad \forall (r, p) \in F_1$$

Todas las secciones de un curso se imparten en el mismo módulo

$$X_{rp}^{ms} = X_{rp'}^{ms'} \quad \forall r, m; s < s'; p < p'$$

Los cursos de un mismo semestre no pueden tener topes

$$\sum_{r: (sem, r) \in F_2} \sum_s \sum_{p: (r, p) \in F_1} \frac{X_{rp}^{ms}}{Sec_r} \leq 1 \quad \forall m, sem$$

RESTRICCIONES

Desviaciones de asignación de módulos respecto a bloques (I)

$$\frac{\sum_s \sum_{m \in B_1(m)} X_{rp}^{ms}}{N_r} \leq Y_{rp}^{B_1} \quad \forall (r, p) \in F_1$$

$$\frac{\sum_s \sum_{m \in B_2(m)} X_{rp}^{ms}}{N_r} \leq Y_{rp}^{B_2} \quad \forall (r, p) \in F_1$$

...

$$\frac{\sum_s \sum_{m \in B_{10}(m)} X_{rp}^{ms}}{N_r} \leq Y_{rp}^{B_{10}} \quad \forall (r, p) \in F_1$$

RESTRICCIONES

Desviaciones de asignación de módulos respecto a bloques (II)

$$Y_{rp}^{B_1} \leq \sum_s \sum_{m \in B_1(m)} X_{rp}^{ms} \quad \forall (r, p) \in F_1$$

$$Y_{rp}^{B_2} \leq \sum_s \sum_{m \in B_2(m)} X_{rp}^{ms} \quad \forall (r, p) \in F_1$$

...

$$Y_{rp}^{B_{10}} \leq \sum_s \sum_{m \in B_{10}(m)} X_{rp}^{ms}$$

$$\forall (r, p) \in F_1$$

MIN FUNCION OBJETIVO

$$\sum_{r,p \in F_1} \left\{ P_1 \left[\left(N_r Y_{rp}^{B_1} - \sum_s \sum_{m \in B_1} X_{rp}^{ms} \right) + \dots + \left(N_r Y_{rp}^{B_{10}} - \sum_s \sum_{m \in B_{10}} X_{rp}^{ms} \right) \right] + P_2 \sum_s \sum_{m \notin \bigcup_i B_i} X_{rp}^{ms} \right\}$$

Penalización por desviación de calce perfecto en bloques:

Ej: si IN34A Sección 1 se dicta en Módulos pertenecientes a más de un bloque, hay penalización.

Penalización por total desajuste en la asignación de módulos respecto a bloques

Ej: si IN34A Sección 1 se dicta en Módulos que no pertenecen ningún bloque



PROGRAMACIÓN DE OPERACIONES

SCHEDULING-SECUENCIAMIENTO DE TAREAS

JAIME MIRANDA

Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile