



**AUXILIAR EXTRA EXAMEN**  
**Viernes 17 de Noviembre de 2006**

**PREGUNTA 1:**

Considere el problema de una empresa productora de lácteos que desea establecerse en Chile. La empresa tiene  $I$  posibles localizaciones para instalar sus plantas, y  $N$  posibles bodegas para subcontratar, con contratos que duran por todo el horizonte. Hay  $K$  productos posibles a fabricar, con un costo fijo de para cada producto por las maquinas a comprar, y  $J$  clientes que abastecer. El horizonte de planificación contempla  $T$  semanas, pero solo se instalan plantas al inicio del primero (al igual que el arriendote bodegas), con capacidad productiva limitada para cada localización y producto. El Gerente de la empresa debe decidir donde ubicarse, que productos producir, cuando producirlos (inventariar) y desde qué planta abastecer a qué bodega, y desde qué bodega a cuál cliente. Si se decide no producir un producto, la demanda para ese producto deja de existir (no se avisa a los clientes que existirá dicho producto, pero existen estimaciones independientes unas de otras para cada producto). Además, por políticas de la multinacional, no se puede producir una variedad menor a  $P$  productos distintos.

Se conoce los siguientes datos:

- $d_{jkt}$ : Demanda del cliente  $j$  para producto  $k$  en semana  $t$ .
- $dist_{in}$ : Distancia desde localización  $i$  hasta bodega  $n$ .
- $distc_{nj}$ : Distancia desde bodega  $n$  hasta cliente  $j$ .
- $trans_t$ : Costo de transporte por unidad de producto por Km. recorrido en semana  $t$ .
- $f_k$ : Costo fijo de producción del producto  $k$ .
- $c_{ikt}$ : Costo unitario de producción de producto  $k$  en planta  $i$  en semana  $t$ .
- $inst_i$ : Costo de instalación en localización  $i$ .
- $bod_n$ : Costo de arriendo total de bodega  $n$ .
- $capp_{ik}$ : Capacidad productiva máxima de la planta  $i$  para el producto  $k$  [unidades].
- $cap_n$ : Capacidad máxima de bodega  $n$  [espacio].
- $esp_k$ : Espacio utilizado por producto  $k$ .
- $P$ : N° mínimo de productos distintos a producir.

El Gerente le solicita que cree un PPL para minimizar los costos totales de instalar la empresa en el país.

¿Qué pasaría si las plantas pudieran abastecer también directamente a los clientes?

**RESPUESTA:**

Variables:

- $X_i$ : Binaria de instalación de planta en localización  $i$ .
- $Y_n$ : Binaria de contratación de bodega  $n$ .
- $Z_k$ : Binaria de producción del producto  $k$ .
- $A_{inkt}$ : Cantidad de productos  $k$  enviados desde  $i$  a  $n$ , en semana  $t$ .

$B_{njkt}$ : Cantidad de productos  $k$  enviados desde  $n$  a  $j$ , en semana  $t$ .

$W_{nkt}$ : Cantidad de productos de  $k$ , guardados en  $n$  desde  $t$  a  $t+1$ .

Función Objetivo:

$$\text{Max } Z = \sum_i X_i \cdot \text{inst}_i + \sum_k Z_k \cdot f_k + \sum_{i,n,k,t} A_{inkt} \cdot c_{ikt} + \sum_n Y_n \cdot \text{bod}_n + \sum_t \left( \sum_{i,n,k} A_{inkt} \cdot \text{dist}_{in} + \sum_{n,j,k} B_{njkt} \cdot \text{dist}_{nj} \right) \text{trans}_t$$

Restricciones:

Naturaleza de variables:

$$X_i, Y_n, Z_k \in \{0,1\}$$

$$A_{inkt}, B_{njkt}, W_{nkt} \in \mathbb{N}^*$$

Satisfacer demanda si se produce producto:

$$\sum_n B_{njkt} \geq \text{dda}_{jkt} \cdot Z_k \quad \forall j, k, t$$

Instalar para producir.

$$\sum_n A_{inkt} \leq \text{capp}_{ikt} \cdot X_i \quad \forall i, k, t$$

Usar bodega sólo si está contratada.

$$\sum_i A_{inkt} + W_{nkt} \leq M \cdot Y_n \quad \forall n, k, t$$

Espacio en bodegas.

$$\sum_k W_{nkt} \cdot \text{esp}_k \leq \text{cap}_n \quad \forall n, t$$

Ecuación de Flujo

$$\sum_i A_{inkt} + W_{nkt-1} = \sum_j B_{njkt} + W_{nkt} \quad \forall n, k, t \quad (W_{nk0}=0)$$

(Pueden agregarse condiciones de borde)

Mínimo de productos

$$\sum_k Z_k \geq P$$

Si se pudiera abastecer los clientes directo desde las plantas, se agrega una variable de la cantidad de cada planta a cada cliente, y se modifican las restricciones de capacidad productiva, instalar para producir y demanda, y la función objetivo.

## PREGUNTA 2:

Una planta de productos lácteos tiene problemas de calidad y lo ha llamado de consulta para ayudar a resolverlo. La planta está en la zona de Osorno, y recibe leche de unos 100

productores locales. La planta produce leche, yogurth, queso y quesillo de distintos tipos, que se envían a mercados en Santiago y otras ciudades. Las fallas de calidad se han detectado en diversas fases de la cadena:

- Envíos de leche de productores a veces llegan en mal estado y no son detectados a tiempo.
- Durante el proceso, en ciertos productos como yogurt con fruta se ha detectado que las mezclas se salen de los estándares establecidos.
- El porcentaje de productos que llegan con defectos a los supermercados y negocios en Santiago y otras ciudades, y que son devueltos por los clientes está creciendo.

Diseñe una política de control de calidad para estos problemas. Para cada caso, ¿qué tipo de controles sugiere?, ¿con qué metodología? y ¿cuáles serían los costos involucrados?

### **RESPUESTA:**

Se debe instalar controles apropiados y acciones para eliminar fuentes de pérdida de calidad.

#### **a) Leche de Productores:**

- Medir cada envío en planta, al llegar.
- Sacar muestra del contenido total y chequear en laboratorio antes de usarla.
- En caso de falla devolver y comunicar y entrenar a los productores para evitar repetición.

Costos: se debe considerar costos de tomar muestra, de mediciones en laboratorio, posibles retrasos de producción mientras se estudian muestras.

#### **b) Productos en Proceso:**

- Ir midiendo durante el proceso las mezclas.
- Si se aparta más de tres desviaciones estándar, se ha salido del nivel de calidad aceptable y se vuelve atrás.
- Se toma una muestra del producto antes de envasar.

Costos: medir mezcla, devolver proceso.

#### **c) Productos Finales:**

- Medir productos finales a la salida con metodología de muestreo.
- Si el % fallado es mayor que la tolerancia, lote defectuoso.

Costos: de tomar y medir muestras, de rechazo de lotes, además de los de control.

- Controlar a los clientes por si el producto se deteriora en el viaje.
- Proceso similar, ver si la muestra tiene fallas mayores a la tolerancia existente y de esta manera aceptar ( $x < c$ ) o rechazar ( $x > c$ ) el lote.

- Se deben especificar  $x$  y  $c$  de acuerdo a la curva de calidad de lote v/s probabilidad de aceptación.

Costos: como el costo de entregar productos fallados es muy alto, lo que se busca minimizar el error tipo II, de aceptar lote con fracción de defectos no aceptables.

**PREGUNTA 3:**

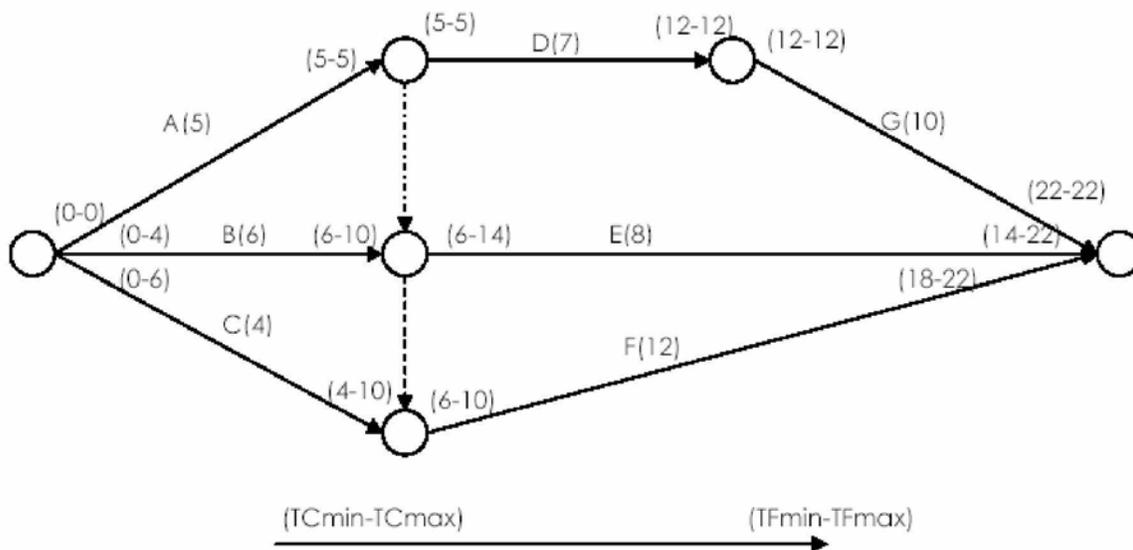
Considere para una malla las siguientes actividades y relaciones de precedencia directa. Se da también el tiempo en semanas que requiere la actividad.

| ACTIVIDAD | PRECEDE DIRECTAMENTE | DURACIÓN (SEMANAS) |
|-----------|----------------------|--------------------|
| A         | D,E,F                | 5                  |
| B         | E,F                  | 6                  |
| C         | F                    | 4                  |
| D         | G                    | 7                  |
| E         | -                    | 8                  |
| F         | -                    | 12                 |
| G         | -                    | 10                 |

- Dibuje la malla de precedencias correspondiente. Defina si lo requiere actividades artificiales.
- Determine mediante el método de tiempos mínimos y máximos el tiempo mínimo para hacer el proyecto, la ruta crítica y holguras de las actividades.
- Ya determinó que el proyecto no lo puede terminar antes de  $K$  semanas ( $K$  lo calcula en la parte b). Le ofrecen un premio por acotar la entrega del proyecto, de \$100.000 por cada semana que lo acorte. Cada actividad se puede acotar en dos semanas como máximo, a un costo de \$60.000 cada una por las semanas ¿Qué actividades acortaría?

**RESPUESTA:**

-



b)

La ruta crítica es aquella en que todas las actividades que la componen tienen  $TC_{min} = TC_{max}$ , o (equivalentemente)  $TF_{min} = TF_{max}$ .

Entonces la ruta crítica sería **A-D-G**. El largo de esta ruta es 22.

La holgura de una actividad está dada por  $(TC_{max} - TC_{min})$ , o (equivalentemente)  $TF_{max} - TF_{min}$ .

| Actividad | TCmin | TCmax | Holgura |
|-----------|-------|-------|---------|
| A         | 0     | 0     | 0       |
| B         | 0     | 4     | 4       |
| C         | 0     | 6     | 6       |
| D         | 5     | 5     | 0       |
| E         | 6     | 14    | 8       |
| F         | 6     | 10    | 4       |
| G         | 12    | 12    | 0       |

c)

i. En este caso solo hay un beneficio de \$40.000 por cada semana que se acorta el proyecto si para ello sólo es necesario acortar solo una actividad.

ii. En el caso que para acortar una semana el proyecto sea necesario acortar en una semana dos actividades hay un beneficio de  $(\$100.000 - \$60.000 * 2) = -\$20.000$

iii. En el caso que para acortar una semana el proyecto sea necesario acortar en una semana, N actividades hay un costo de  $(\$100.000 - \$60.000 * N)$

Luego solo hay beneficio si es posible acortar el proyecto acortando una sola actividad.

Cada vez que se acorte una actividad es necesario redefinir los tiempos mínimos y máximos y determinar cual es la nueva ruta crítica.

Luego la regla es acortar actividades que estén en la ruta crítica, verificando en cada semana acortada se sigue trabajando sobre la ruta crítica. En el caso en que haya más de una ruta crítica es necesario acortar actividades en paralelo para disminuir el largo total

del proyecto.

| Actividad | Semanas a acortar | Ganancia | Largo del proyecto |
|-----------|-------------------|----------|--------------------|
| G         | 2                 | 40000    | 20                 |
| D         | 2                 | 40000    | 18                 |

Ambas de la ruta crítica, luego no es conveniente seguir acortando el proyecto

#### PREGUNTA 4

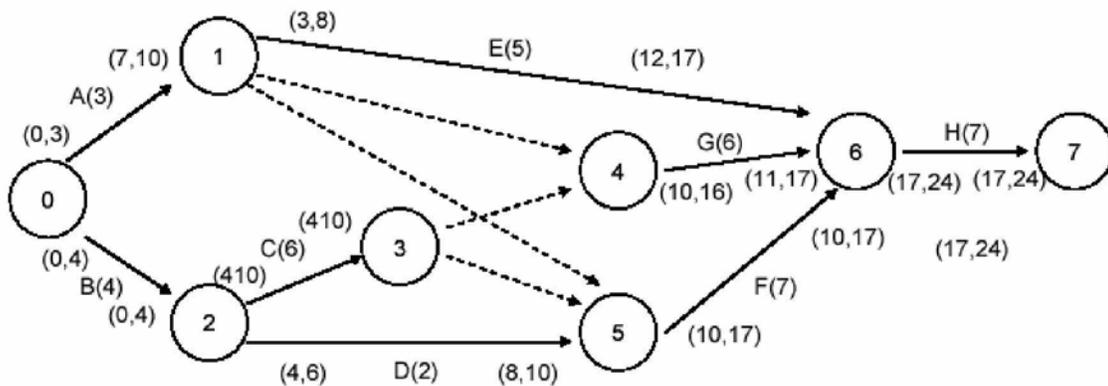
Considere un problema de programación de proyectos, en que la duración de las actividades (que son independientes) y las relaciones entre éstas son:

| Actividad | Duración | Precede a |
|-----------|----------|-----------|
| A         | 3 días   | E, G y F  |
| B         | 4 días   | C y D     |
| C         | 6 días   | G y F     |
| D         | 2 días   | F         |
| E         | 5 días   | H         |
| F         | 7 días   | H         |
| G         | 6 días   | H         |
| H         | 7 días   | --        |

- Dibuje la malla de precedencias.
- Utilizando el esquema de tiempos mínimos y máximos encuentre la ruta crítica y el tiempo que requiere el proyecto.

#### RESPUESTA:

a)



Nomenclatura: (TCmin, TFmin) → (TCmax, TFmax)

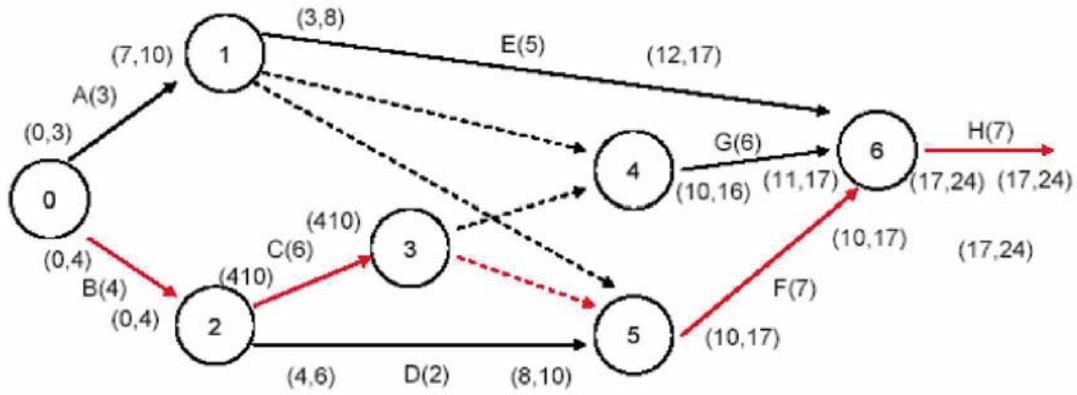
b)

La ruta crítica cumple:

$$TC \max (x) = TC \min (x)$$

$$TF \max (x) = TF \min (x)$$

De esta manera, la ruta crítica es:  
B - C - F - H



Holguras:

$$TF_{\max}(x) - TF_{\min}(x) = TC_{\max}(x) - TC_{\min}(x)$$

|   | Holgura |
|---|---------|
| A | 7       |
| B | 0       |
| C | 0       |
| D | 4       |
| E | 9       |
| F | 0       |
| G | 1       |
| H | 0       |