



PAUTA CONTROL 2
5 de Mayo, 2004.

1. a) Indique los principales motivos por los cuales el problema de determinar la capacidad de las instalaciones es difícil. ¿En dónde radica la complejidad o las complejidades?

El principal motivo es no poder definir una buena **medida para la capacidad de las instalaciones**. Es importante no olvidar que este indicador corresponde generalmente a una tasa (de producción).

Luego, el problema se vuelve aún mas difícil si se considera que por empresa existen **variados productos** y que para cada uno de ellos también es importante y difícil medir la capacidad.

También es necesario medir la **capacidad a nivel agregado**, lo que se vuelve bastante difícil si se cuenta con muchos productos y en estos existe **variabilidad** en sus producciones.

No es correcto nombrar factores como la dificultad de pronosticar la demanda, porque no se está preguntando por planificación o crecimiento de la capacidad, si no que cómo se mide capacidad.

- b) Entregue tres ejemplos concretos y distintos donde el problema de Distribución de Instalaciones es relevante para la empresa. Indique los beneficios de una adecuada solución en cada caso, o los costos de una solución pobre.

Pueden ser variados los ejemplos a citar, es por esto que solo se nombraran 3 ejemplos genéricos de distintas áreas.

Empresa Por Departamentos Comercial una mala distribución de sus instalaciones puede recaer en molestias por parte de los clientes, los que no se sienten a gusto al momento de ir a comprar. También puede entorpecer el trabajo de los vendedores al ser muy altos los tiempos para ir a buscar mercadería a las bodegas, por ejemplo. Ambos factores y muchos otros que se podrían nombrar, hacen que la tienda no funcione eficiente mente, lo que puede hacer que baje considerablemente el nivel de ventas en la tienda. Por una lenta atención, o porque simplemente baja la cantidad de clientes de la empresa.

Empresa Manufacturera una mala distribución de las instalaciones, al igual que la primera parte del caso anterior, produce una baja en la productividad de la línea de producción. Lo que se traduce en un aumento de los costos (al utilizar mayor cantidad de recursos: más horas hombres, mayor costos de transporte, etc.) al ser mas ineficiente. También en muchos casos se traduce en una perdida de ventas al no tener una mejor capacidad de producción.

Restaurante (servicio) al tener una mala distribución de las instalaciones, el nivel de servicio ofrecido por la empresa no es bueno. Por ejemplo en un restaurante, tener una cocina chica o mal distribuida hace ineficiente la preparación de los platos, lo que se puede traducir en una mala atención por la demora en la producción del plato pedido, también en una menor calidad del plato (alimento sin un buen sabor) y en un aumento de los costos por utilización de mayor cantidad de materias primas. Todo esto al igual que en los casos anteriores se traduce en una disminución en la demanda del local y también en existir una mayor probabilidad de que existan ventas perdidas, o utilizar mayos cantidad de recursos para poder satisfacer a toda la demanda existente.

En las respuestas deben estar presentes factores como:

- Inversión.
- Tiempos de producción, lo que radica en nivel de servicio.

- Utilización de espacios.
- Flexibilidad.
- Costo de recursos.
- Costo de manejo de materiales.
- Estructura organizacional.
- Etc.

- c) Describa tres problemas concretos y distintos de ruteo de vehículos. Explique claramente en que radican las diferencias en cada caso, mostrando las funciones objetivos y las principales restricciones de cada problema.

Pueden ser variados los ejemplos a citar, es por esto que solo se nombraran 3 ejemplos genéricos de distintas áreas.

Vehículos de Emergencia el principal objetivo es minimizar el tiempo de respuesta, lo que significa en muchos casos minimizar la distancia a recorrer, sin importar en demasía los costos en que se incurra, solo interesa como restricción que el recorrido sea factible

ASICAM ruteo de camiones para la industria forestal, el objetivo principal es minimizar los costos de transporte del traslado de las productos (madera) desde los donde se produce (poda de árboles) hasta os distintos puntos que demandan el producto. Este problema está sujeto a restricciones de cumplir con la demanda de cada uno de los sectores, realizar el ruteo de cada uno de los caminos por zonas factible y donde existan caminos, y mantener un flujo expedit de las materias primas, es decir si se poda una zona determinada se debe ir a buscar la madera dentro de un cierto periodo.

Empresa comercial, ventas por Internet Al igual que en el caso anterior se debe minimizar los costos de transporte del producto a entregar, pero sujeto a restricciones importantísimas de entrega en menos de un lapo de tiempo preestablecido.

2. La empresa XYZ administra el inventario de su único producto con un sistema de revisión periódica. La demanda esperada por día hábil es de 10 unidades y la desviación estándar es de 4. El costo del artículo es \$100 por unidad puesto en la empresa. El costo anual de mantener una unidad en inventario (costo de capital, depreciación, bodegaje, seguros y otros) es del 20 % del costo del artículo. Considere que un año tiene 250 días hábiles. Desde que se pone la orden, el pedido demora 4 días hábiles en llegar. El costo fijo por poner un pedido tiene un valor de \$10. La empresa desea minimizar el costo total del sistema de inventario pero garantizando que en el 95 % de los ciclos el inventario no se agotará ($z_{95\%} = 1,65$).

Nota: Trabaje con números fraccionarios tanto para la variable tiempo como para la demanda. Es decir, días fraccionarios son admisibles al igual que pedidos fraccionarios.

- a) ■ ¿Cuál es el período entre revisiones?
El periodo entre revisiones en un sistema de revisión periódico se calcula a partir de la demanda anual esperada y el tamaño de lote económico a pedir a pedir en cada revisión:

$$P * D = Q^* \implies P = \frac{Q^*}{D} = \text{fracción del año que dura un período}$$

demanda anual:

$$D = 10 * 250 = 2500$$

tamaño de lote económico:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2SD}{ic}} = \sqrt{\frac{2 * 10 * 2500}{0,2 * 100}} = 50$$

luego

$$p = \frac{50}{2500} = 0,02 \text{ fracción del año que dura un período}$$

con esto podemos obtener el número de días que dura un período:

$$\text{días de duración del período} = p * \text{días hábiles} = 0,02 * 250 = 5 \text{ días}$$

Además se infiere que se realizan $P = 50$ pedidos al año.

- ¿El tamaño del inventario meta u objetivo?

$$T = \text{nivel promedio para la demanda en } (p + L) + \text{stock de seguridad}(p + L)$$

$$T = d(p + L) + \sigma_{p+L} z_{95\%} = 10 * 9 + \sqrt{9} * 4 * 1,65 \approx 109,8$$

- ¿El tamaño esperado de cada orden?
El tamaño esperado de cada orden corresponde al tamaño de lote económico, $Q^* = 50$
- ¿El costo anual esperado del inventario?
El costo anual de inventario viene dado por el costo fijo por pedidos a realizar más el costo por mantener el inventario medio.

$$CT = SP + iC\bar{Q}$$

Donde \bar{Q} corresponde al inventario medio:

$$\bar{Q} = \frac{Q^*}{2} + \sigma_{p+L} z_{95\%} = \frac{50}{2} + \sqrt{9} * 4 * 1,65 = 25 + 19,8 = 44,8$$

Entonces se tiene que:

$$CT = 10 * 50 + 0,2 * 100 * 44,8 = 1396$$

- b) ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar por disponer de información en línea del nivel de inventario? Esto equivale a realizar revisión continua. Entonces se debe contrastar el costo de realizar revisión continua v/s periódica. En el caso de revisión continua el número esperado de pedidos es el mismo que en revisión periódica, y el lote esperado a pedir también es el mismo. Lo que varía es el stock de seguridad a mantener.

$$s_c = \sigma_L z_{95\%} = \sqrt{4} * 4 * 1,65 = 13,2$$

Luego la diferencia de los costos es:

$$\text{máxima disposición a pagar anual} = (s_p - s_c) * ic = (19,8 - 13,2) * 0,2 * 100 = \$132$$

- c) Volvamos al caso original en que el inventario se revisa periódicamente, tal cual analizó en la sección 2a. En ese caso el proveedor ofrece el artículo en $c = \$100$ puesto en XYZ con demora de $L = 4$ días hábiles. Ahora el proveedor ofrece la posibilidad de despachar en $L' = 2$ días hábiles a un costo de $\$ \epsilon$ en cada despacho (donde ϵ es pequeño). La empresa XYZ puede optar por cualquiera de estas dos opciones de transporte cada vez que hace un pedido. Estime el valor máximo de ϵ para que sea conveniente diseñar el sistema sobre la base del despacho rápido. Dado que la empresa puede elegir el modo de despacho en cada viaje, indique como utilizaría esta flexibilidad adicional para lograr nuevos ahorros.

Nota: No realice cálculos numéricos, explique y deje explícitas las expresiones matemáticas involucradas.

Si el tiempo de despacho es de 2 días hábiles el inventario de seguridad es más pequeño y el ahorro anual por este motivo sería de:

$$ic z_{95\%} \sigma (\sqrt{P + L_1} - \sqrt{P + L_2}) = 0,2 * 100 * 1,65 * 4 * \sqrt{9} - \sqrt{7} = \$46,76$$

Dado que hay 50 despachos en el año, vemos que si ϵ fuera menor que $46,76/50 = \$0,9352/\text{despacho}$ convendría diseñar sobre la base del sistema rápido, aunque es un poco más caro.

Sin embargo el tomador de decisiones debería elegir el medio de transporte barato y ahorrar el cargo extra si al momento de hacer la lectura, el inventario fuera suficientemente alto para garantizar que no se agotará durante los 4 días que dura el envío lento con 95 % de probabilidad. Este valor de inventario se puede estimar como:

$$L_1 * \text{dda diaria} + z_{95\%} \sqrt{L_1} \sigma$$

$$4 * 10 + 1,65 * 2 * 4 = 40 + 13,2 = 53,2 \text{ unidades}$$

Es decir, si al momento de hacer la lectura, el inventario es de 53.2 unidades o mayor, el pedido se podría pedir usando el despacho lento y más barato. En caso contrario, se debería elegir el despacho rápido y pagar el sobreprecio.

Nota a la corrección: Este cálculo es una estimación de los valores que se piden. Esta estimación es heurística. En rigor, el cálculo debería ser más engorroso. Por ejemplo, habría que calcular la probabilidad de agotamiento del inventario durante los 3 últimos días del ciclo para garantizar el 95 % en el ciclo completo (posiblemente habría que exigir un poco más de 53.2). Si un alumno comenta estos problemas técnicos en el cálculo (u otros similares) merecería puntaje extra.

3. La empresa RST está planificando su diseño logístico para los próximos T años. La empresa fabrica y distribuye un único producto en N ciudades, donde la demanda esperada en la ciudad n para el año t es D_{nt} . Para ello debe instalar fábricas en I posibles localizaciones. El costo de instalar una planta en la localidad i en el año t es C_{it} y la capacidad sería S_i . Si una fábrica se instala en el año t , puede fabricar recién en el año siguiente $t + 1$. Las fábricas abastecen bodegas, que están localizadas en J diferentes lugares. El costo de transporte desde la fábrica i a la bodega j es $FB_{ij t}$ para el año t , mientras que el costo de transporte desde la bodega j a la ciudad n es BC_{jnt} en el año t . El costo variable de producción de una unidad de producto en la localidad i en el año t es c_{it} (el índice t en los costos es para reflejar posibles cambios en la estructura de costos y también para reflejar el valor del dinero en el tiempo). La empresa está comprometida a abastecer toda la demanda esperada y debe preparar un plan coherente para ese objetivo.
- a) Considere que no hay posibilidad de guardar inventario ni en las fábricas, ni en las bodegas o en las ciudades. Plantee un modelo de programación lineal entera que permita optimizar estas decisiones. Escriba los supuestos que considere razonables.

Supuesto: el inicio del periodo de planeación es el 0, en el cual se decide instalar las nuevas plantas para el periodo siguiente

Variables de Decisión:

- y_{it} : 1 si se instala la planta i en período t , 0 si no. $t \in [0, T - 1]$
- x_{it} : unidades de producto producidas en la planta i en el período t , $t \in [1, T]$
- f_{ikt} : unidades de producto transportadas desde la planta i a la bodega k en el período t , $t \in [1, T]$
- v_{kjt} : unidades de producto transportadas desde la bodega k a la ciudad j en el período t , $t \in [1, T]$

Restricciones:

- 1) Ligación de variables de producción y no sobrepazar capacidad de producción

$$x_{it+1} \leq \sum_{\tau=0}^t y_{i\tau} S_i \quad \forall i, t \in [0, T - 1]$$

- 2) Solo se instala una vez

$$\sum_{\tau=0}^T y_{i\tau} \leq 1 \quad \forall i, t \in [0, T - 1]$$

- 3) Transportar todas las unidades producidas en una planta en un período hacia alguna bodega en cada período.

$$x_{it} = \sum_k f_{ikt} \quad \forall i, t \in [1, T]$$

- 4) Conservación de flujo en cada bodega para cada período.

$$\sum_i f_{ikt} = \sum_j v_{kjt} \quad \forall k, t \in [1, T]$$

- 5) Satisfacción de demanda en cada ciudad para cada período.

$$\sum_k v_{kjt} = D_{jt} \quad \forall j, t \in [1, T]$$

- 6) Naturaleza de las variables.

$$\begin{aligned} y_{it} &\in 0, 1 & \forall k, t \in [0, T-1] \\ x_{it} &\geq 0 & \forall i, t \in [1, T] \\ f_{ikt} &\geq 0 & \forall i, k, t \in [1, T] \\ v_{kjt} &\geq 0 & \forall k, j, t \in [1, T] \end{aligned}$$

Función Objetivo:

$$\text{mín } z = \sum_{it} (C_i \cdot y_{it} + c_{it} \cdot x_{it}) + \sum_{ikt} PB_{ikt} \cdot f_{ikt} + \sum_{kjt} BC_{kjt} \cdot v_{kjt}$$

- b) Considere ahora que se puede almacenar inventario en las bodegas de un año para el otro (el producto es inservible después de un año en inventario). El costo de guardar una unidad de inventario en la bodega j desde el año t al año $t+1$ es g_{jt} . La bodega j tendría una capacidad máxima de almacenaje de W_j . Modifique el modelo para incorporar esta nueva posibilidad que tiene el tomador de decisiones.

Supuesto: el inventario al inicio del período de evaluación es 0

Nueva Variables de Decisión

I_{kt} : unidades de producto mantenidas en inventario en la bodega k en el período t para $t+1$, $t \in [1, T]$

Restricciones Nuevas:

- 1) Conservación de flujo en cada bodega para cada período y condición de borde.

$$\begin{aligned} \sum_i f_{ikt} &= \sum_j v_{kjt} + I_{kt} & \forall k, t = 1 \\ \sum_i f_{ikt} + I_{k(t-1)} &= \sum_j v_{kjt} + I_{kt} & \forall k, t \in [1, T] \end{aligned}$$

- 2) No sobrepasar la capacidad de inventario en cada bodega para cada período.

$$I_{kt} \leq W_k \quad \forall k, t \in [1, T]$$

- 3) Los productos no pueden ser guardados más de un período. Esto se puede modelar restringiendo a que en cada período debo entregar al menos lo que tengo en inventario.

$$I_{ikt} \leq \sum_j v_{kjt} \quad \forall k, t \in [1, T]$$

4) Naturaleza de las variables.

$$I_{kt} \geq 0 \quad \forall k, t \in [1, T]$$

Nueva Función Objetivo:

$$\min z = \sum_{it} (C_i \cdot y_{it} + c_{it} \cdot x_{it}) + \sum_{ikt} PB_{ikt} \cdot f_{ikt} + \sum_{kjt} BC_{kjt} \cdot v_{kjt} + \sum_{kt} g_k \cdot I_{kt}$$