Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: R. Epstein, P. Rey
Aux: F. Castro, R. Lagos, L. Reus, R. Wolf

CTP 2

Miércoles 23 de Agosto de 2006

Suponga que usted se encuentra haciendo su Práctica II en una prestigiosa empresa siderúrgica chilena.

En la empresa han importado N palanquillas (lingotes de acero) con las cuales se fabricarán barras de acero. Se sabe que a partir de una palanquilla se obtiene un paquete de barras y que el costo de producir i paquetes en el periodo t es c_{it}.

Los paquetes que no son despachados el mismo día de la producción son almacenados en una bodega que tiene una capacidad para M paquetes. Almacenar en bodega de un periodo para otro cuesta h por paquete. Por su parte, las palanquillas se almacenan en un patio, por lo que no hay costos de bodegaje.

Se tiene programado que en el periodo t se deben despachar D_t paquetes de barras (los despachos se hacen al final del periodo). Al final de los T periodos, las palanquillas que no sean ocupadas serán devueltas, reembolsándose r por cada una, mientras cada paquete que quede en bodega se liquidará a un precio de w.

1. (1,5 puntos) Formule un modelo de programación dinámica que le permita calcular la cantidad óptima de paquetes a producir en cada periodo de manera que satisfaga toda la demanda. Considere que N es suficiente para satisfacer la demanda de todos los periodos.

Para poner a prueba sus conocimientos, su jefe le ha encomendado la producción de los próximos 3 meses en la planta más pequena. En esta planta se cuenta con una bodega con capacidad para $M = 1$ paquetes, se han importado $N = 6$ palanquillas y se debe enfrentar una demanda de $D_t = 2$ unidades en cada mes. El costos por almacenaje es $h = 3$ y los costos de producción de los paquetes son los de la tabla.

	Mes		
Nro Paquetes	1	2	3
1	-	10	17
2	15	20	25
3	25	25	-

2. (1,5 puntos) Con esta información y el modelo de la parte (1), encuentre una solución óptima. Hint: observe que las palanquillas alcanzan para satisfacer justo lo requerido.

Hacia el final de su práctica, su jefe le comenta que debido al aumento de los proyectos en la Zona Norte del país, en la empresa están considerando abrir una nueva planta en Antofagasta por lo que necesitan asesoría. El costo de abrir una nueva planta es de 200 MUS$ y, si se mantiene el crecimiento económico por los próximos 10 anos, generarían ingresos de 280 MUS$. Sin embargo, si no se mantienen las condiciones, a lo más podrían recuperar 140 MUS$. Se estima que la probabilidad que se mantenga el crecimiento es de 70 %. Por otra parte, si no realizan la inversión, tendrían 30 MUS$ de utilidades si es que se mantiene el crecimiento y 20 MUS$ si no se mantiene.

3. (1,0 puntos) Usando un árbol de decisiones, estime si es conveniente realizar la inversión.

Para que la empresa tome una mejor decisión, usted le propone a su jefe que un amigo egresado de Ingeniería Industrial les haga un estudio para ver si se mantendrá el crecimiento económico. En investigaciones anteriores, si el crecimiento se iba a mantener, su amigo acertó el 90 % de las veces que dijo que se mantendría. Pero si el crecimiento iba a decaer, lo predijo correctamente sólo el 60 % de las veces.

4. (2,0 puntos) ¿Cuánto es lo máximo que podría cobrar su amigo por realizar el estudio?

Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: R. Epstein, P. Rey
Aux: F. Castro, R. Lagos, L. Reus, R. Wolf

Pauta CTP 2

1.

- **Etapas**:
  - periodos $t \in \{1...T\}$
- **Variable de Decisión**:
  - X_t = n° de paquetes a producir en el periodo t
- **Variable de Estado**:
  - S_t = n° de paquetes en bodega al comienzo de t.
- **Recursión de Estados**:
  - $S_{t+1} = S_t + X_t - D_t$, $\forall t \in \{1..T\}$
- **Recursión de Beneficios**:
  - En este caso nuestra función es de costos:

$$V_t(S_t, X_t) = C_{X_t t} + S_t \cdot h + V^*{}_{t+1}(S_{t+1}),\ \forall t \in \{1..T\}$$

$$\text{con } V^*{}_t(S_t) = \underset{X_t}{Min} V_t(S_t, X_t)$$

$$\text{s.a. } S_t + X_t \geq D_t$$

$$S_t + X_t - D_t \leq M$$

  - Las restricciones son que se deben satisfacer la demanda y que no se debe sobrepasar la capacidad de la bodega en cada periodo.

- **Condiciones de Borde**:
  - $S_1 = 0$
  - $V_{T+1}(S_{T+1}) = -w \cdot S_{T+1} - r \cdot (N - \sum_{t=1}^{T} D_t - S_{T+1})$, el signo es porque éstas son ganancias y la recursión es de los costos.

2.

- **Periodo 3:**

	1	**2**	**V^*_3**	**X^*_3**
0	-	25	25	2
1	3+17	-	20	1

- **Periodo 2:**

	1	**2**	**3**	$\mathbf{V^*_2}$	$\mathbf{X^*_2}$
0	-	20+25	25+20	45	2 ó 3
1	3+10+25	3+20+20	-	38	1

- **Periodo 1:**

	2	**3**	$\mathbf{V^*_1}$	$\mathbf{X^*_1}$
0	15+45	25+38	60	2

Por lo tanto, la política óptima es:

$$X_1 = 2 \rightarrow X_2 = 2 \rightarrow X_3 = 2\,,$$

o también:

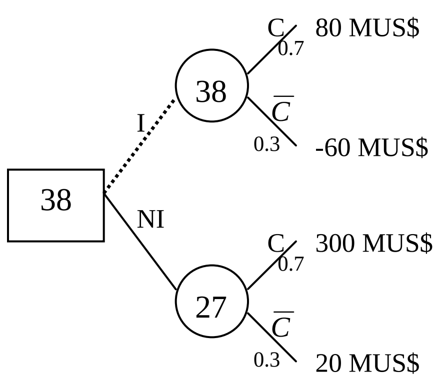
$$X_1 = 2 \rightarrow X_2 = 3 \rightarrow X_3 = 1$$

P3.

- Eventos:
  - C : hay crecimiento económico
  - $\overline{C}$: no hay crecimiento.

- Probabilidades:
  - $P(C) = 0.7 = 1 - P(\overline{C})$

- Árbol de Decisión:



$\therefore$ A la empresa le conviene invertir (su utilidad esperada es de 38 MUS$)

P4.

- Eventos:
  - *M*: profesor dice que se mantiene el crecimiento
  - *NM*: profesor dice que no se mantiene

- Probabilidades:
  - $P(M / C) = 0{,}9 = 1 - P(NM / C)$
  - $P(NM / \overline{C}) = 0{,}6 = 1 - P(M / \overline{C})$

- Calculamos *P(M)* y *P(NM)* usando probabilidades totales:

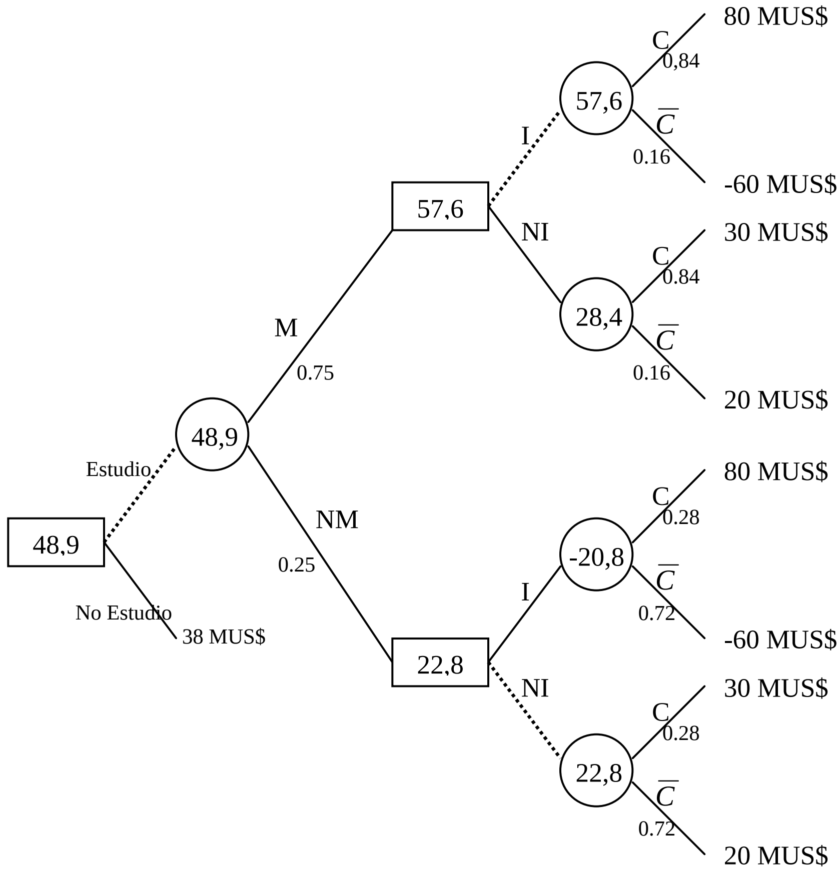
$$P(M) = P(M/C) \cdot P(C) + P(M/\overline{C}) \cdot P(\overline{C}) = 0{,}75$$
$$\Rightarrow P(NM) = 0{,}25$$

- Usando Bayes calculamos las probabilidades que nos faltan:

$$P(C/M) = P(M/C) \cdot \frac{P(C)}{P(M)} = 0{,}84$$
$$\Rightarrow P(\overline{C}/M) = 0{,}16$$

$$P(\overline{C}/NM) = P(NM/\overline{C}) \cdot \frac{P(\overline{C})}{P(NM)} = 0{,}72$$
$$\Rightarrow P(C/NM) = 0{,}28$$

- Árbol de Decisión:



Pauta preparada por:

René Lagos Barrios
rlagos@ing.uchile.cl