



Universidad de Chile  
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas  
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa  
Profs: R. Epstein, P. Rey  
Aux: F. Castro, R. Lagos, L. Reus, R. Wolf

Clase Auxilliari 5, 9 de Agosto de 2006

## Árboles de Decisión y Programación Dinámica Determinística

### Problema 1

Luego de una serie de arduos encuentros el equipo "La Academia" ha logrado alcanzar la final de la liga **El Salto**, sin embargo, en el minuto 93 del decisivo encuentro pierden por un gol contra el equipo Los Tigres. No obstante, no todo está perdido para la escuadra academica ya que su estrella, el mediocampista **Juninho Reis**, está en posesión de la pelota con tiempo para una última y salvadora jugada. Luego de eludir a numerosos rivales sólo se interpone entre él y el portero el más temible defensor trasandino, *el colombiano*, a quien Reis ha enfrentado varias veces y ha logrado eludir en 20 de las 25 veces que lo ha intentado, si tiene éxito enfrentará al portero en un *mano a mano*. Consciente que de fracasar su equipo resignaría tan valiosa oportunidad de obtener un pasaje al mundial de alemania **Reis** considera la posibilidad de chocar con el defensor para *dejarse caer*, sabiendo que el juez del partido con probabilidad 0,3 cobrará el lanzamiento penal que sería ejecutado por el *histrionico 10*. De no cobrar el penal el árbitro expulsará al jugador por simular ya que éste se encuentra amonestado y finalizaría el encuentro con derrota para *los académicos*.

Gracias a las tediosas jornadas de revisión de videos del equipo rival **Reis** sabe que el portero se lanza hacia la derecha la mitad de las ocasiones en que intenta detener un lanzamiento penal, mientras que en 36 de 60 *mano a mano* cubre el lado izquierdo. Cuando el arquero se lanza hacia el mismo lado al que remata Reis debe decidir (estando *mano a mano* o ejecutando el penal) hacia que lado *disparar*.

Si **Reis** logra marcar el gol del empate con seguridad marcará el tanto de la victoria para su equipo en el alargue, ganado así el campeonato para su país. Por concepto de premios, el equipo recibirá US\$ 1.000.000 en caso de ganar la medalla dorada, sin recibir compensación alguna en caso de perder.

1. Qué es lo que debe hacer **Juninho Reis** para maximizar la ganancia de su equipo? Modele el problema como un árbol de decisión.

Considere ahora que antes del partido *el Gurú*, un sabio del fútbol, ofrece a "La Academia" predecir hacia donde se lanzará el arquero trasandino en caso de enfrentarse a **Reis** (esta predicción es válida tanto para un penal como para un *mano a mano*). Por información histórica se sabe que *el Gurú* predice que el arquero se lanza hacia la derecha el 80% de las veces que el arquero efectivamente elige ese costado, mientras que cuando el portero se ha lanzado a la izquierda *el Gurú* nunca ha fallado en su predicción.

2. ¿Cuánto es lo máximo que *el Gurú* puede cobrar por sus *servicios predictivos*?

## Problema 2

Un prestigioso taller mecánico, especialista en mantención y reparación de motores, tiene una máquina especializada para estos fines y desea saber cuándo cambiar dicha máquina. Para ello cuenta con los siguientes datos:

- Una máquina nueva cuesta  $C$  [u.m]
- El taller puede mantener una máquina por 1, 2 o 3 años.
- Una máquina con  $i$  años de uso puede ser vendida en el mercado en  $v_i$  [u.m].
- El costo anual de mantención de una máquina con  $i$  años de uso es  $m_i$  [u.m].

El taller busca una política óptima de reemplazo que minimice los costos totales durante 5 años restringidos a que siempre debe haber una máquina sabiendo que se compró una máquina el año 1 y que se venderá al final del año 5.

## Problema 3

El Gerente Comercial de una compañía esta estudiando la introducción de nuevos productos para la próxima temporada, por lo que debe decidir qué productos comercializar y cuántas unidades de  $c/u$  producir.

La producción de cada uno de estos productos, según lo informado por el Gerente de Operaciones, tiene asociado un costo fijo que depende del tipo de producto, igual a  $C_i$ . Además, la producción de cada unidad de producto  $i$  requiere utilizar un porcentaje de la capacidad disponible en la planta igual a  $K_i$ . Suponga que no existen otros costos de producción.

Por otra parte, dadas las condiciones de mercado, sabe que sus ingresos por unidad vendida serán  $U_i$  y que el mercado a lo más comprará  $D_i$  unidades del producto  $i$  elaborado por la compañía.

1. Plantee el modelo de programación dinámica que apoye las decisiones de producción para el problema general descrito, si se busca maximizar las utilidades (Ingresos - Costos totales) de la firma.

Supongamos ahora que los productos en evaluación son 3 y que se cuenta con la siguiente información relevante:

	P 1	P 2	P 3
Costo fijo	3	2	0
Ingreso por unidad vendida	2	3	1
% de capacidad usada por cada unidad	20	40	20

Como se ve en la primera fila de la tabla anterior, el gerente sabe que 2 de estos productos requieren un costo fijo importante. También conoce el ingreso que recibirá la empresa por cada unidad producida, una vez que la producción esta en marcha. Además, como se ve en la tercera fila de la tabla, se sabe el porcentaje de capacidad disponible que ocupa cada unidad de producto al ser fabricada. Por condiciones del mercado se sabe que se pueden vender sólo 3 unidades de producto 1, mientras que es posible vender todas las unidades que se puedan fabricar de los otros productos.

2. En esta situación resuelva, ocupando el modelo de programación dinámica planteado en la parte anterior, la estrategia de producción óptima.