



Auxiliar 17, 25 de octubre 2006

Cadenas de markov Tiempo Continuo

Problema 1

La impresion de documentos fallidos se suele llevar a cabo en 2 fases: primero una impresion fija en que se imprime el contenido fijo de los documentos y una de impresión variable en que se imprime el folio. Considere entonces un taller de impresión que cuenta con dos impresoras, una para cada tarea.

El tiempo que demora la impresora de contenido fijo en imprimir una hoja es una v.a. exponencial de media $\frac{1}{\lambda}$ [min] y el tiempo que funciona continuamente sin fallar es una v.a exponencial de media $\frac{1}{\alpha}$ [min].

Por su parte el tiempo que demora la impresora de contenido variable en completar la impresión de una hoja es una v.a. exponencial de media $\frac{1}{\mu}$ [min] y el tiempo que funciona continuamente sin fallar es una v.a exponencial de media $\frac{1}{\gamma}$ [min]. Cuando una máquina falla, independiente de cual se trate, es enviada inmediatamente a reparaciones y vuelve estar funcionando en un tiempo exponencialmente distribuido de media $\frac{1}{\delta}$ [min]. Considere que se cuenta con 2 reparadores, por lo tanto, cada vez que una máquina falla, comienza inmediatamente la reparación.

1. Definimos el conjunto $E = [B, M]$ que contiene los estados posibles en que se puede hallar cada máquina, siendo B = buena y M = mala. Si EF y EV denotan el estado de la impresora fija y la impresora variable en el tiempo respectivamente, Es $(EF, EV)_t$ una cadena de markov en tiempo continuo?. Si su respuesta es afirmativa defina los estados y entregue expresiones para las tasas de transición.
2. Diremos que ocurre un registro cada vez que la impresora de contenido fijo ha completado la impresión de 5 hojas en forma continua sin fallar. Sea R_t el número de registros acumulados hasta el instante t. Es $(EF, R)_t$ una cadena de markov en tiempo continuo?. Si su respuesta es afirmativa defina los estados y entregue expresiones para las tasas de transición.
3. Sea NF_t el número acumulado de veces que la impresora de contenido fijo ha fallado hasta el instante t. Es $(EF, NF)_t$ una cadena de markov en tiempo continuo?. Si su respuesta es afirmativa defina los estados y entregue expresiones para las tasas de transición.

Problema 2

Una pequena peluquería, atendida por sólo un peluquero, tiene espacio para a lo más dos clientes. Los potenciales clientes llegan de acuerdo a un proceso de Poisson de tasa 3[clientes/hora] y los tiempos de servicio son v.a. exponenciales i.i.d. de media 15[minutos].

1. Cuál es el número promedio de clientes en la peluquería?
2. Qué proporción de potenciales clientes son atendidos por el peluquero?
3. Si el peluquero pudiera trabajar el doble de rápido ¿Cuántos clientes por hora más podría atender?

Problema 3

Usted ha decidido instalarse con un negocio para lustrar zapatos. El establecimiento consta de dos sillas. En la silla 1 los zapatos del cliente son limpiados y embetunados, para luego pasar a la silla 2, donde se les saca el brillo. Los tiempos de servicio en las dos sillas son variables aleatorias independientes, exponencialmente distribuidas de tasas μ_1 y μ_2 respectivamente. Considere que los clientes potenciales tienen tiempos de llegada exponenciales de tasa λ y que el cliente sólo entra al establecimiento si las dos sillas están desocupadas.

1. Modele el problema anterior como una cadena de Markov en tiempo continuo.

Suponga que ahora un ayudante es contratado y cada uno trabaja en una silla. Considere el mismo problema anterior, pero ahora un cliente potencial entra al negocio si la silla 1 está vacía. Cuando el trabajo en la silla 1 se termina, pasa a la silla 2 si está vacía o espera en la 1 hasta que la 2 se desocupe.

2. Modele el nuevo problema como una cadena de Markov en tiempo continuo. ¿Por qué puede hacerlo ?.
3. ¿Qué proporción de clientes potenciales entran al establecimiento ?.
4. ¿Cuál es la tasa promedio de entrada de clientes al negocio ?.
5. ¿Cuál es el número promedio de clientes dentro del negocio ?.
6. En promedio, ¿cuánto tiempo pasa un cliente que entra al local, dentro de éste?.