

UNIVERSIDAD DE CHILE
IN41B

AUXILIAR N° 4
CONSUMO

PROFESORA: ANDREA REPETTO
AUXILIARES: GRACIELA PÉREZ
CARLOS RAMÍREZ
SEMESTRE: PRIMAVERA 2006

Ejercicios:

P1. Sea un individuo que vive por T periodos, posee activos iniciales A_0 y posee un patrón de ingresos que se detalla a continuación:

$$I = \{Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_T\}$$

Además el gobierno cobra un impuesto al ingreso en cada uno de los periodos, donde la tasa de impuestos del periodo t es τ_t . La función de utilidad intertemporal es:

$$U(C_1, C_2, C_3, \dots, C_T) = \sum_{i=1}^T \beta^{i-1} u(C_i)$$

donde $u'(C_i) > 0, u''(C_i) < 0, \forall i$. La tasa de interés del mercado es " r ". Puede suponer que $\rho=r$.

- (a) Plantee el problema que resuelve el individuo.
- (b) Resuelva el problema anterior. ¿Qué sucede con la senda de consumo, si la tasa de impuesto disminuye en cada uno de los periodos?. Puede suponer, para facilitar los cálculos que $Y_t = \frac{Y_1}{t}$.
- (c) Suponga que el sistema tributario se aplica ahora al ahorro o deuda de cada uno de los periodos, con las tasas ya indicadas. Plantee y resuelva el problema anterior.
- (d) Determine el ahorro en cada uno de los periodos, en el sistema anterior. Compárelo con el caso obtenido en b).
- (e) Considere de ahora en adelante que $\rho \neq r$. ¿Qué efectos trae un aumento de la tasa de interés del mercado, en el patrón de consumo? Para su respuesta evalúe distintos escenarios.
- (f) Suponga ahora que el individuo presenta restricciones de liquidez en cada uno de sus periodos, teniendo como tope de crédito en el periodo " i ", T_i . Plantee el problema que

UNIVERSIDAD DE CHILE
IN41B

resuelve el individuo. ¿Qué significa que el consumidor presente restricciones de liquidez?

P2. Un individuo que vive “ $T+1$ ” periodos acaba de firmar un contrato (en el periodo 0), en el que explicita que ahorrará un $x\%$ de su sueldo del periodo t , w_t , para financiar un proyecto. Supondremos además que dicho proyecto brinda utilidades en cada uno de los periodos de tal forma que la utilidad brindada por el proyecto en el periodo “ i ” es $\Pi_i = A\theta^i$. Además el gobierno cobra impuestos durante los “ j ” primeros periodos de la vida del individuo. La tasa de interés es “ r ”, $\rho > r$ y la función de utilidad es:

$$U = \sum_{t=0}^T \beta^t \left(c_t - \frac{ac_t^2}{2} \right)$$

- (a) Plantee el problema que resuelve el individuo.
- (b) ¿Qué características presenta la senda de consumo?. Describa la idea económica subyacente a dicho resultado. Resuelva el problema anterior.
- (c) Suponga que el nivel de impaciencia, aunque sigue cumpliendo con la relación anterior es ahora fluctuante. ¿Cómo cambia el resultado anterior? Explícite la senda de consumo en este nuevo escenario.

P3. T+1 Periodos:

Suponga que las preferencias en la economía están representadas por una función cuadrática dada por

$$U = \sum_{t=0}^T \beta^t \left(c_t - \frac{ac_t^2}{2} \right)$$

Con $a > 0$, $\beta = \frac{1}{1+\rho}$, $0 < \beta < 1$ y c_t es el consumo. Suponga, además, que el consumidor tiene cada período un ingreso y_t dado. Suponga que el ingreso sigue una trayectoria creciente en el tiempo (la que es completamente conocida para toda la vida por el consumidor).

a. Muestre que, en equilibrio, el consumidor decidirá una trayectoria de consumo constante en el tiempo si la tasa subjetiva de descuento, ρ , es igual al precio relativo del consumo presente en términos de consumo futuro r . Suponga que el consumidor puede obtener recursos en la cantidad que desee a la tasa r dada. Suponga además, que el consumidor respeta su restricción presupuestaria. Suponga finalmente que el individuo no acumula activos.

En este caso el problema del consumidor representativo es:

$$\begin{aligned} \max \sum_{t=0}^T \beta^t \left(c_t - \frac{ac_t^2}{2} \right) \\ \text{s.a } \sum_{t=0}^T \frac{c_t}{(1+r)^t} = \sum_{t=0}^T \frac{Y_t}{(1+r)^t} \end{aligned}$$

Como se trata de un problema de optimización con restricciones en tiempo finito, construimos el Lagrangeano:

$$L = \sum \beta^t \left(c_t - \frac{ac_t^2}{2} \right) - \lambda \left(\sum \frac{[c_t - y_t]}{(1+r)^t} \right)$$

A partir del Lagrangeano derivamos las C.P.O. para c_t :

$$\begin{aligned} \beta^t (1 - ac_t) - \frac{\lambda}{(1+r)^t} &= 0 \\ \bar{c} = c_t &= \frac{1}{a} - \frac{\lambda}{a\beta^t (1+r)^t} \end{aligned}$$

Si $\rho=r$ se tiene que

UNIVERSIDAD DE CHILE
IN41B

$$\bar{c} = c_t = \frac{1-\lambda}{a}$$

De aquí ya tenemos que c_t no depende de t , con lo que podemos concluir que el consumo sigue una trayectoria plana.

b. Suponga ahora que los ingresos se distribuyen según la etapa de vida que enfrenta el individuo. Suponga específicamente que $T=3$ y que los ingresos se distribuyen de la siguiente manera:

| período | Ingreso | Igual a |
|---------|---------|---------------|
| 0 | Y_0 | Y |
| 1 | Y_1 | $Y(1+\gamma)$ |
| 2 | Y_2 | 0 |

Calcule explícitamente el consumo constante encontrado en la parte anterior y el ahorro para cada período t asumiendo que $r=\rho=0$. Finalmente calcule el ahorro agregado de la economía S . Explique.¹

Reemplazando los ingresos en el lado izquierdo de la sumatoria tenemos que

$$\sum \frac{Y_t}{(1+r)^t} = Y_0 + Y_1 + Y_2 ,$$

ya que $r=0$. Por otro lado

$$\sum \frac{c_t}{(1+r)^t} = 3\bar{c}$$

Finalmente

$$\bar{c} = \frac{Y + Y(1+\gamma)}{3}$$

Calculamos los ahorros como $s_t = Y_t - c_t$

Luego

$$s_0 = Y - \bar{c} = \frac{2Y - Y(1+\gamma)}{3}$$

$$s_1 = Y(1+\gamma) - \bar{c} = \frac{2Y(1+\gamma) - Y}{3}$$

$$s_2 = -\bar{c} = \frac{-Y - Y(1+\gamma)}{3}$$

El ahorro agregado es $S = s_0 + s_1 + s_2 = 0$. Pues la economía refleja exactamente el ciclo de vida de cada individuo.

1 En esta economía, entonces, para cada instante existe un individuo viviendo cada período.

c. Suponga ahora que el gobierno decide que los individuos deben ahorrar obligatoriamente τ para sus periodos 0 y 1 y cantidad que se les devolverá por completo para el período final de sus vidas 2 (es decir 2τ). Calcule nuevamente los consumos y ahorros para cada período y el ahorro agregado. Explique sus resultados. ¿Es eficiente el mecanismo utilizado por el gobierno? Dé alguna razón (de las vistas en clases) por qué puede ser beneficioso introducir un sistema de seguridad social.

Sabemos que si el ahorro obligatorio será devuelto por completo para el último período, esta medida no tiene ningún efecto sobre el patrón de consumo de los individuos. La gente va a compensar exactamente con su ahorro voluntario el ahorro forzoso. Es decir los ahorros ahora (denotados por \tilde{s}_1) serán:

$$\tilde{s}_0 + \tau = s_0$$

$$\tilde{s}_1 + \tau = s_1$$

$$\tilde{s}_2 - 2\tau = s_2$$

El ahorro agregado, nuevamente será cero, por las mismas razones de la parte anterior.

Incluso si τ es muy grande, superando al ahorro voluntario, el individuo tendrá un ahorro negativo, o sea se endeudará para mantener su consumo parejo. Razones como la miopía de algunos consumidores, efectos deseables sobre el mercado del trabajo a través de forzar la jubilación, o por último los problemas de sub-ahorro que puede surgir por el problema de inconsistencia temporal de los individuos (no ahorrarán sabiendo que cuando viejos los jóvenes no los dejarán botados), sirven para justificar un sistema de seguridad social.

P4 **Impuestos:**

Próximamente habrá elecciones en Klein Land y el gobierno está considerando reducir impuestos para estimular el gasto agregado en este período. En el Ministerio de Economía acaban contratar a un par de destacados alumnos del curso de Economía II de la Universidad de Klein Land para que decidan si los impuestos deben ser reducidos sólo transitoriamente o en forma permanente. Estos economistas no se han puesto de acuerdo acerca de qué política recomendar. Uno de ellos piensa que el efecto en el nivel de actividad económica actual será mayor si los individuos saben que la reducción tributaria será transitoria, ya que en ese caso, concentrarán su consumo. El otro cree que el impuesto debe ser reducido permanentemente.

Ud., al percatarse de esta situación y aprovechando los conceptos discutidos en su curso de macroeconomía I, decide ayudar a estos profesores utilizando un modelo simple de dos períodos caracterizado por un individuo representativo que resuelve el problema:

$$\max U = (C_1 - (C_1)^2 / 2) + \beta (C_2 - (C_2)^2 / 2)$$

s.a

$$C_1 + C_2 / (1+r) = Y (1 - \tau_1) + Y (1 - \tau_2) / (1+r).$$

UNIVERSIDAD DE CHILE

IN41B

Con C_i consumo en el período i , r tasa de interés, Y ingreso en ambos períodos, τ_i tasa de impuesto al ingreso en período i y con el factor de descuento $\beta \in (0,1)$. En esta economía, el gobierno bota al mar lo recaudado (supuesto bastante cercano a lo que en la práctica sucede) y el ingreso está exógenamente determinado.

- a. Resuelva el problema del consumidor (encuentre la ecuación de Euler y obtenga los niveles de consumo de equilibrio) conectando la tasa de interés, el nivel de ingreso en cada período y los niveles de consumo.

Ecuaciones de Euler:

$$\max U = \frac{(C_1 - (C_1)^2)}{2} + \frac{\beta(C_2 - (C_2)^2)}{2}$$

s.a

$$C_1 + \frac{C_2}{(1+r)} = Y(1+t_1) + \frac{Y(1+t_2)}{(1+r)} \quad (1)$$

Escribiendo el lagrangeano:

$$L(C_1, C_2, \lambda) = \frac{(C_1 - (C_1)^2)}{2} + \frac{\beta(C_2 - (C_2)^2)}{2} + \lambda \left[C_1 + \frac{C_2}{(1+r)} - Y(1+t_1) - \frac{Y(1+t_2)}{(1+r)} \right]$$

CPO:

$$\frac{\partial L}{\partial C_1} = \frac{1}{2}(1 - 2C_1) + \lambda = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial C_2} = \frac{\beta}{2}(1 - 2C_2) + \frac{\lambda}{1+r} = 0 \quad (3)$$

UNIVERSIDAD DE CHILE
IN41B

Despejando λ en (2) y (3), nos queda:

$$\lambda = \left(C_1 - \frac{1}{2} \right)$$

$$\lambda = \beta(1+r) \left(C_2 - \frac{1}{2} \right)$$

Ahora igualando, y despejando C_2 :

$$\beta(1+r) \left(C_2 - \frac{1}{2} \right) = \left(C_1 - \frac{1}{2} \right)$$

$$C_2 = \frac{1}{\beta(1+r)} \left(C_1 - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2}$$

finalmente reemplazando en (1), obtenemos el valor de C_1 :

$$C_1 + \frac{1}{\beta(1+r)^2} \left(C_1 - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2(1+r)} = Y(1+t_1) + \frac{Y(1+t_2)}{(1+r)}$$

$$C_1 = \frac{\left[Y \left((1-t_1) + \frac{(1-t_2)}{(1+r)} \right) + \frac{1}{2\beta(1+r)^2} - \frac{1}{2(1+r)} \right]}{1 + \frac{1}{\beta(1+r)^2}} \quad (4)$$

Por su parte, C_2 es igual a:

$$C_2 = \frac{1}{\beta(1+r)} \left(C_1 - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2}$$

- b. Analice el efecto de una reducción en t_1 (caída transitoria en impuestos) versus una reducción en t_1 y t_2 (reducción permanente) en el nivel de consumo presente C_1 . Explique sus resultados apoyándose en la hipótesis del ciclo de vida e ingreso permanente

de la ecuación (4), que es la correspondiente al ingreso del primer periodo, podemos ver que una reducción transitoria del impuesto (t_1), nos lleva a un aumento temporal del ingreso disponible, pero aplicando la teoría de ingreso permanente y ciclo de vida, sabemos que este aumento en el ingreso se traduce en una suavización del consumo. En cambio con una reducción permanente de los impuestos, aumenta más aun el ingreso, y éste si se ve reflejado directamente en un aumento de nuestro $y_{\text{permanente}}$, y esto se refleja en un claro aumento en el consumo.

Finalmente, la propuesta de bajar los impuestos permanentemente, es la que realmente aumenta el consumo del período actual.