



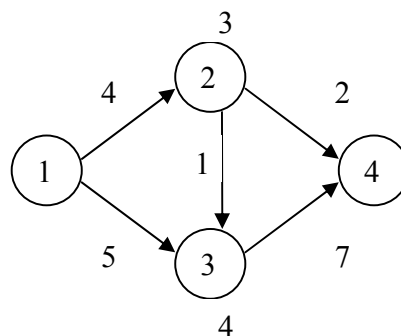
Universidad de Chile.
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
Departamento de Ingeniería Civil Industrial.

IN34A Optimización
Profesores: Guillermo Durán.
Richard Weber.
Sebastián Souyris
Auxiliares: X. Schultz, R. Wolf
L. López, J. Gacitúa

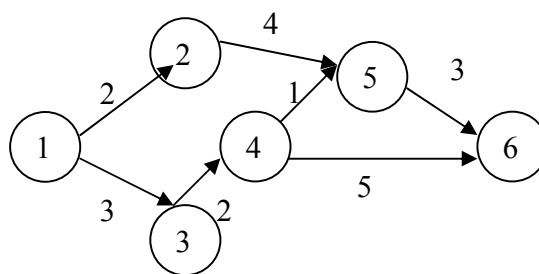
Aux. Extra Sección 1
03 de Noviembre de 2006

Problema 1 (C3 2005/02)

1. Suponga que en una red dada, además de capacidades máximas para el flujo en cada arco, se le asigna una capacidad máxima al flujo que puede pasar por cada nodo. ¿Cómo adaptaría la red para poder resolver el problema usando el algoritmo de Ford y Fulkerson? Explique y resuelva en el siguiente ejemplo (muestre la red adaptada, resuelva usando FyF y explique finalmente que significa el resultado en la red original).



2. Determine la ruta más corta del nodo 1 a todos los demás nodos para la siguiente red aplicando el algoritmo de Dijkstra:



3. Si agregara un arco del nodo 3 al nodo 5 con costo 1, ¿debe aplicar todo el algoritmo nuevamente o le sirve parte de lo que hizo en el punto 1)? Resuelva nuevamente de manera eficiente.

Problema 2 (C3 2005/02)

Considere el siguiente modelo de localización de bodegas para almacenar y distribuir un producto para un horizonte de T años. La empresa tiene 5 bodegas existentes y planea construir 3 más en los próximos 5 años.

Las bodegas existentes se definen por su ubicación perteneciente al conjunto *bodegas existentes* (BE), una capacidad anual u_i y costo de operación c_i por unidad producida. Las bodegas potenciales se definen por lugares posibles de ubicación pertenecientes al conjunto *bodegas posibles* (BP) y j alternativas tecnológicas, con costos de inversión d_i^j para cada una. Cada alternativa se caracteriza además por sus capacidades u_i^j y costos unitarios de operación c_i^j .

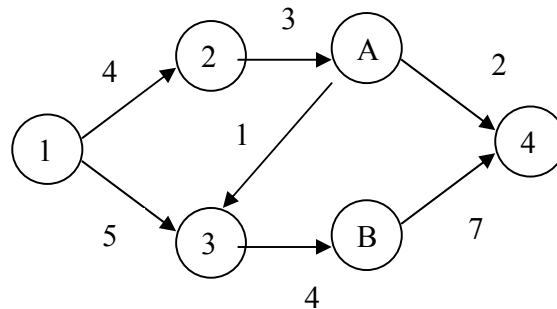
Desde las bodegas se abastecen K mercados, siendo d_k^t la demanda del mercado k en el año t . El transporte desde las bodegas a los mercados requiere contratos anuales con empresas fleteras. Hacer un contrato de envío directo desde la bodega i al mercado k en el periodo t tiene un costo fijo e_{ik}^t y un costo unitario de flete f_{ik}^t . Para aquellos mercados en que no se hace contrato de transporte, estos pueden ser abastecidos desde otros mercados, siendo g_{ij}^t el costo unitario de flete entre los mercados i y j en el periodo t .

Asumiendo que al principio de cada periodo todas las bodegas están llenas, plantee un modelo de programación lineal mixta para encontrar una solución de inversión en bodegas, contratos de transporte, producción y envíos, que satisfaga las demandas a costo total mínimo.

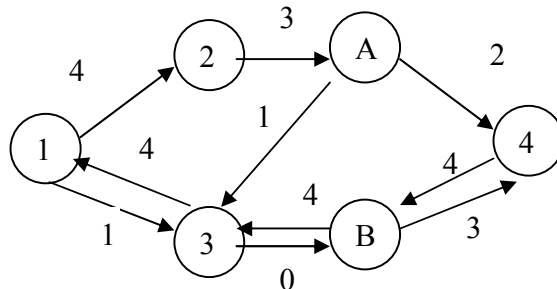
Pauta

Problema 1

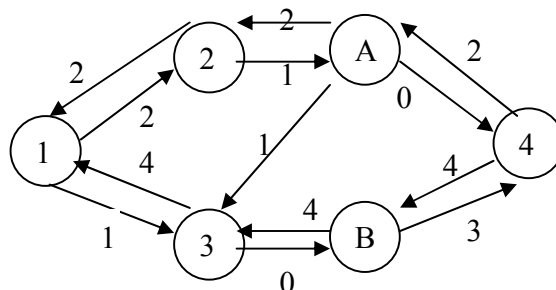
- 1) Se crean dos nodos artificiales como se muestra en la figura, y luego se resuelve como cualquier problema de F-F.



Partimos de la solución factible de flujo 0, y eligiendo el camino 1-3-b-4 con flujo máximo 4, el grafo auxiliar queda



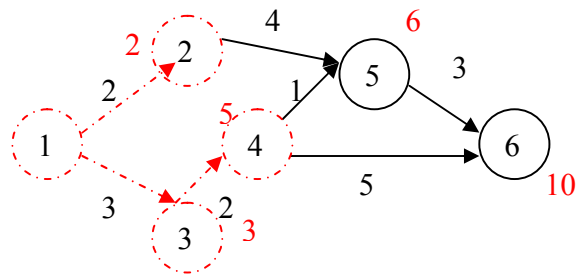
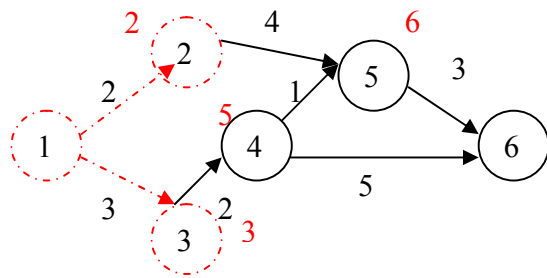
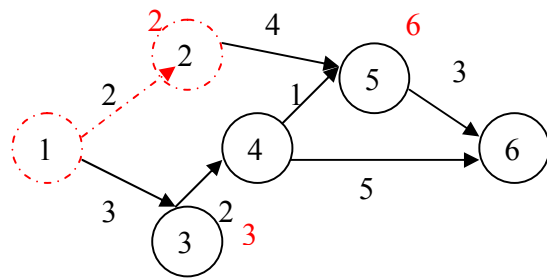
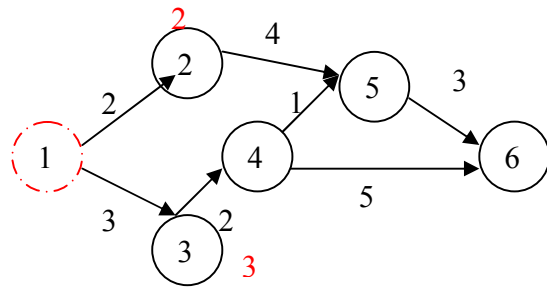
Elegimos el camino 1-2-a-4 con flujo máximo 2, se tiene

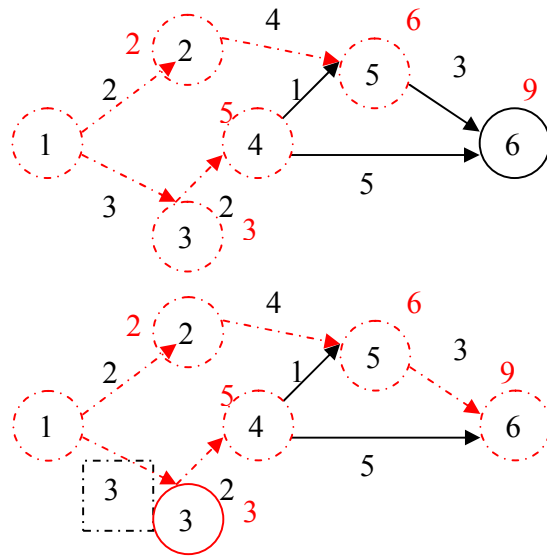


Dado que no existen nuevos caminos, hemos llegado al óptimo, lo cual en la red original corresponde a los siguientes flujos:

Arco	Flujo
1-2	2
1-3	4
2-3	0
2-4	2
3-4	4

2)

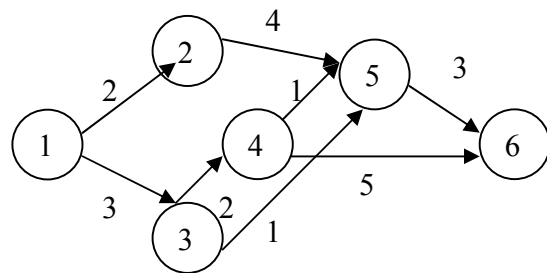




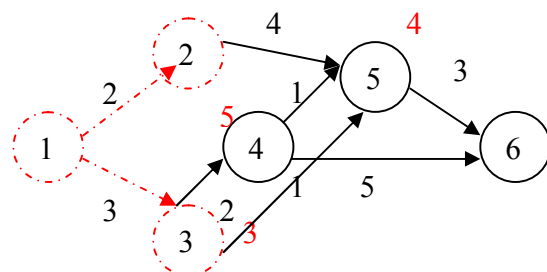
Notar que en la penúltima figura se elige 2-5 en vez de 4-5 pese a que ambos caminos tienen el mismo “costo acumulado”. Esto es porque en la segunda figura se determinó $\square(5)=6$ con $P(5)=2$.

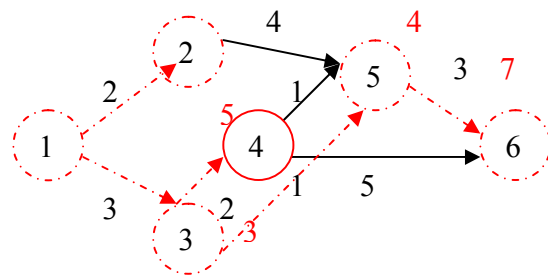
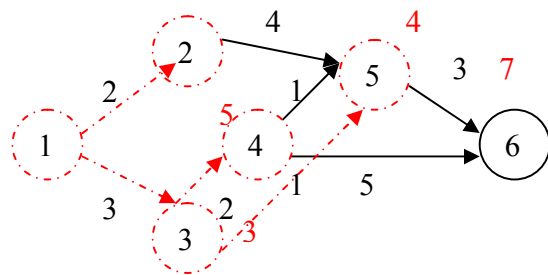
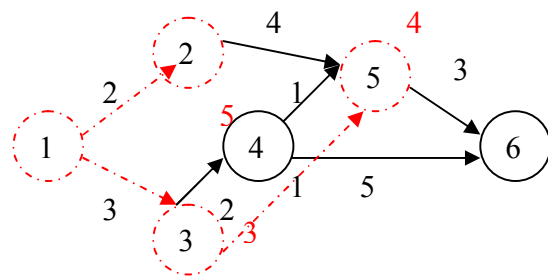
3)

El caso es el siguiente



Si como se agrega un arco que parte de 3, nos sirve todo lo anterior hasta cuando se agrega el nodo 3 al conjunto S. (1 punto)





Problema 2

Variables mixtas (1 punto)

$$X_{ijt} \begin{cases} 1 & \text{i construyo bodega en i con tecnología j en el periodo t} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

Y_{ikt}^t = Flujo de productos entre la bodega i y el mercado k.

Y_{ekt}^t = Flujo de productos entre el mercado e y el mercado k.

$$Z_{ikt} \begin{cases} 1 & \text{Si contrato transporte entre la bodega i y el mercado k en el periodo t} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

Y_{ijk}^t = Flujo de productos desde la bodega i con tecnología j hacia el mercado k en el periodo t

Restricciones (4 puntos)

Notación: BE: Bodegas existentes, BP: Bodegas posibles.

1. Satisfacción de demanda (1 punto)

$$\sum_{i \in BE} Y_{ik}^t + \sum_{i \in BP} \sum_j Y_{ijk}^t + \sum_{e \neq k} Y_{ek}^t = d_{kt} + \sum_{e \neq k} Y_{ke}^t \quad \forall k \forall t$$

2. Capacidad bodegas (1 punto)

$$\sum_k Y_{ik}^t \leq u_i \quad \forall i \in BE, \forall t$$

$$\sum_k Y_{ijk}^t \leq u_i^j \left(\sum_{a=1}^t x_{ija} \right) \quad \forall i \in BE, \forall j, \forall t$$

3. Relación entre contratos y flujos hacia mercados (0,5 puntos)

$$Y_{ik}^t \leq M * Z_{ikt} \quad \forall i \in BE, \forall k, \forall t$$

$$\sum_j Y_{ijk}^t \leq M * Z_{ikt} \quad \forall i \in BP, \forall k, \forall t$$

4. Selección de a lo más 1 bodega por localización potencial (0,5 puntos)

$$\sum_j \sum_t x_{ij}^t \leq 1 \quad \forall i \in BP$$

5. Construir 3 bodegas en los 5 primeros años (0,5 puntos)

$$\sum_t \sum_{i \in BP} \sum_j x_{ij}^t = 3$$

6. Naturaleza de las variables (0,5 puntos)

(Se deben explicitar)

Función objetivo (1 punto)

Min:

$$\sum_{i,j,t} x_{ijt} d_i^j + \sum_{i,k,t} Z_{ikt} * e_{ikt} + \sum_{i,k,t} Y_{ikt} (f_{ikt} + c_i) + \sum_{i,k,j,t} Y_{ijk}^t (f_{ikt} + c_i^j) + \sum_{t,k,e \neq k} Y_{ke}^t * g_{ke}^t$$

Dudas y Preguntas a
Jaime Gacitúa jgacitua@ing.uchile.cl