PROGRAMACION LINEAL ENTERA CON GAMS

1.- Problemas binarios

2.- Problemas enteros.

- Criterio de optimalidad

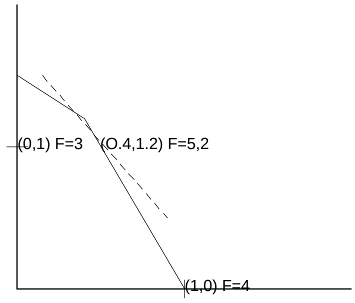
3.- Problema de localización de plantas

$\text{Max } F(X) = 4x_1 + 3x_2$

$\text{s.a.} \quad 2x_1 + x_2 \leq 2$

$3x_1 + 4x_2 \leq 6$

$x_1 \geq 0 \text{ , } x_2 \geq 0 \;\; x_1, x_2 \in \{0,1\}$



Fichero GMS

```
* EJERCICIO DE PROGRAMACION LINEAL ENTERA-BINARIA.
VARIABLES X1, X2, F;
*DECLARACION QUE LAS VARIABLES SON BINARIAS, 0-1.
BINARY VARIABLES X1, X2;
EQUATIONS OBJ, R1, R2;
OBJ..    F=E= 4*X1 + 3*X2;
R1..     2*X1 + X2 =L= 2;
R2..     3*X1 + 4*X2 =L= 6;
MODEL BIN01 /ALL/;
* PARA RESOLVER LOS PROBLEMAS ENTEROS HAY QUE USAR MIP
SOLVE BIN01 USING MIP MAXIMIZING F;
```

La solución es:

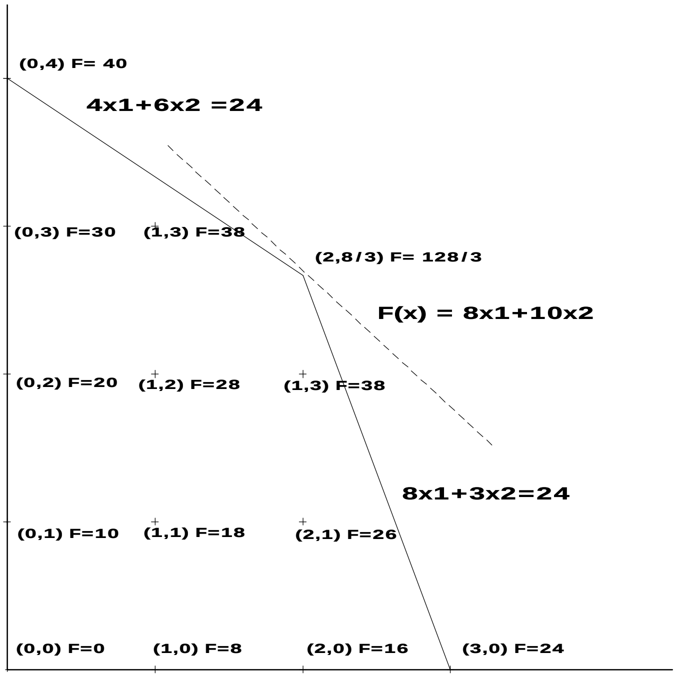
```
Proven optimal solution.
MIP Solution  :            4.000000    (1 iterations, 0 nodes)
Final LP      :            4.000000    (0 iterations)
Best integer solution possible :           4.000000
Absolute gap          :                  0
Relative gap          :                  0
                       LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL
---- EQU OBJ             .         .         .        1.000
---- EQU R1            -INF      2.000     2.000      .
---- EQU R2            -INF      3.000     6.000      .
                       LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL
---- VAR X1              .       1.000     1.000     4.000
---- VAR X2              .         .       1.000     3.000
---- VAR F             -INF      4.000     +INF       .
**** REPORT SUMMARY :        0     NONOPT
                             0 INFEASIBLE
                             0  UNBOUNDED
```

Max $F(X) = 8x_1 + 10x_2$

s.a. $4x_1 + 6x_2 \leq 24$

$8x_1 + 3x_2 \leq 24$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,\ x_1, x_2 \in Z^+$



El fichero GMS es:

```
* EJERCICIO DE PROGRAMACION LINEAL ENTERA
VARIABLES X1, X2, F;
*DECLARACION QUE LAS VARIABLES SON ENTERAS
INTEGER VARIABLES X1, X2;
EQUATIONS
OBJ, R1, R2;
OBJ..    F=E= 8*X1 + 10*X2;
R1..     4*X1 + 6*X2 =L= 24;
R2..     8*X1 + 3*X2 =L= 24;
MODEL ENT01 /ALL/;
SOLVE ENT01 USING MIP MAXIMIZING F;
```

La solución es:

```
                          S O L V E      S U M M A R Y

     MODEL    ENT01               OBJECTIVE  F
     TYPE     MIP                 DIRECTION  MAXIMIZE
     SOLVER   CPLEX               FROM LINE  11

**** SOLVER STATUS      1 NORMAL COMPLETION
**** MODEL STATUS       8 INTEGER SOLUTION
**** OBJECTIVE VALUE                38.0000

 RESOURCE USAGE, LIMIT          2.800     1000.000
 ITERATION COUNT, LIMIT         4        10000
GAMS/Cplex    Aug  7, 2000 WIN.CP.NA 19.4 016.015.038.WAT For Cplex 6.6
Cplex  6.6.1,  GAMS  Link  16,  Using  a  GAMS/Cplex  demo  license  installed  at
runtime.
Solution satisfies tolerances.
MIP Solution  :           38.000000    (4 iterations, 3 nodes)
Final LP      :           38.000000    (0 iterations)
Best integer solution possible :          40.000000
Absolute gap          :                  2
Relative gap          :          0.0526316

                        LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL
---- EQU OBJ              .         .         .        1.000
---- EQU R1              -INF     22.000    24.000      .
---- EQU R2              -INF     17.000    24.000      .

                        LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL
---- VAR X1               .        1.000   100.000     8.000
---- VAR X2               .        3.000   100.000    10.000
---- VAR F               -INF     38.000     +INF       .

**** REPORT SUMMARY :         0     NONOPT
                              0 INFEASIBLE
                              0  UNBOUNDED
```

Si observamos la solución que nos proporciona GAMS con el gráfico anterior, podemos ver que la solución que ofrece GAMS no es la optima. Además GAMS ya nos advierte que la solución es:

```
**** MODEL STATUS       8 INTEGER SOLUTION
```

Es decir, es solamente entera, pero no es optima. Fácilmente podemos advertir que la solución optima es el punto (0,4) con una valor de 40.

Esto significa que GAMS no es capaz de encontrar la solución optima?. La respuesta es **NO**.

GAMS como todo programa de uso "profesional" incorpora la opción de búsqueda de una solución "buena" en poco tiempo antes que la optima usando muchos recursos, es decir, GAMS detiene el proceso de búsqueda en aquellas soluciones que difieran menos de un 10 por ciento de la mejor solución. Esto queda reflejado en el fichero LST:

```
Solution satisfies tolerances.
MIP Solution  :          38.000000    (4 iterations, 3 nodes)
Final LP      :          38.000000    (0 iterations)
Best integer solution possible :          40.000000
Absolute gap          :                   2
Relative gap          :          0.0526316
```

Esto quiere decir que la mejor solución será 40, pero la solución actual (38) difiere solamente un 5.26 por ciento (Relative gap) de la mejor solución. Como la solución actual está dentro del margen de tolerancia, entonces GAMS detiene el proceso.

Si se quiere encontrar el optimo, solamente hay que incorporar la opción de que la tolerancia sea muy baja, por ejemplo un 0.00001 (0.001 por ciento).

Asi el fichero GMS será:

```
* EJERCICIO DE PROGRAMACION LINEAL ENTERA
*DECLARACION DE MARGEN DE TOLERANCIA
OPTION OPTCR=0.00001;
VARIABLES X1, X2, F;
*DECLARACION QUE LAS VARIABLES SON ENTERAS
INTEGER VARIABLES X1, X2;
EQUATIONS
OBJ, R1, R2;
OBJ..    F=E= 8*X1 + 10*X2;
R1..     4*X1 + 6*X2 =L= 24;
R2..     8*X1 + 3*X2 =L= 24;
MODEL ENT01 /ALL/;
SOLVE ENT01 USING MIP MAXIMIZING F;
```

La solución que se obtiene es:

```
               S O L V E      S U M M A R Y

     MODEL   ENT01               OBJECTIVE  F
     TYPE    MIP                 DIRECTION  MAXIMIZE
     SOLVER  CPLEX               FROM LINE  13
**** SOLVER STATUS     1 NORMAL COMPLETION
**** MODEL STATUS      1 OPTIMAL
**** OBJECTIVE VALUE               40.0000
 RESOURCE USAGE, LIMIT          2.810      1000.000
 ITERATION COUNT, LIMIT         5         10000
GAMS/Cplex    Aug  7, 2000 WIN.CP.NA 19.4 016.015.038.WAT For Cplex 6.6
Cplex  6.6.1,  GAMS  Link  16,  Using  a  GAMS/Cplex  demo  license  installed  at
runtime.
Proven optimal solution.
MIP Solution  :           40.000000    (5 iterations, 3 nodes)
Final LP      :           40.000000    (0 iterations)
Best integer solution possible :          40.000000
Absolute gap          :                  0
Relative gap          :                  0

                       LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL
---- EQU OBJ             .         .         .        1.000
---- EQU R1             -INF     24.000    24.000     2.000
---- EQU R2             -INF     12.000    24.000      .

                       LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL
---- VAR X1              .         .       100.000     EPS
---- VAR X2              .        4.000    100.000    -2.000
---- VAR F              -INF     40.000     +INF       .

**** REPORT SUMMARY :        0     NONOPT
                             0 INFEASIBLE
                             0  UNBOUNDED
```

Como podemos observar ahora GAMS si que nos ha proporcionado la solución optima, tal como indica el fichero LST

```
**** MODEL STATUS      1 OPTIMAL
```

En esta caso la diferencia está en que hace un mayor numero de iteraciones (4, con la condición de tolerancia y 5, sin esa condición), es decir, un 20 por ciento más de iteraciones.

No obstante las condiciones de "aceleración" y "desaceleración" son muchas y de muy diferentes características, para ello puede verse el Manual del Usuario de GAMS.

Ejemplo:

La empresa FERCA, S.A., se dedica al envasado de fertilizantes para el suministro a sus clientes, debe determinar el plan de envasado de tres tipos de fertilizantes (tipo 1, 2 y 3). Estos tipos de fertilizantes se envasan en cajas con peso diferentes, a partir de tres componentes básicos (A, B y C). Los beneficios obtenidos por cada tipo de fertilizante son de 25, 30 y 35 unidades monetarias, respectivamente.

Cada tipo de fertilizantes tiene una mezcla diferentes de componentes, así el tipo 1 requiere 10 kilos de componente A, 20 de la clase B y 18 de clase C. Para el tipo 2 los requerimientos son de 13, 22 y 20 kilos de cada uno de los componentes, mientras que para el tipo 3 los requerimientos son de 18, 20 y 24, respectivamente.

La empresa dispone en el almacén actualmente de 2324 kilos de componente A, de 2550 de B y de 1568 de C.

Con estos datos determinar el numero de cajas de fertilizantes que la empresa puede suministrar al mercado de forma que se maximice su beneficio.

El fichero GMS será el siguiente:

```
* FERCA, S.A.
VARIABLES X1, X2, X3, F;
INTEGER VARIABLES X1, X2, X3;
EQUATIONS
OBJ, R1, R2, R3;
OBJ..    F=E= 25*X1 + 30*X2 + 35*X3;
R1..     10*X1 + 13*X2 + 18*X3 =L= 2324;
R2..     20*X1 + 22*X2 + 20*X3 =L= 2550;
R3..     18*X1 + 20*X2 + 24*X3 =L= 1568;
MODEL ENT11 /ALL/;
SOLVE ENT11 USING MIP MAXIMIZING F;
```

La solución que se obtiene es:

```
               S O L V E      S U M M A R Y

     MODEL    ENT11               OBJECTIVE  F
     TYPE     MIP                 DIRECTION  MAXIMIZE
     SOLVER   CPLEX               FROM LINE  11
**** SOLVER STATUS     1 NORMAL COMPLETION
**** MODEL STATUS      8 INTEGER SOLUTION
**** OBJECTIVE VALUE             2340.0000
 RESOURCE USAGE, LIMIT          2.690     1000.000
 ITERATION COUNT, LIMIT         1        10000
GAMS/Cplex    Aug  7, 2000 WIN.CP.NA 19.4 016.015.038.WAT For Cplex 6.6
Cplex 6.6.1, GAMS Link 16, Using a GAMS/Cplex demo license installed at
runtime.

Solution satisfies tolerances.
MIP Solution   :        2340.000000    (1 iterations, 1 nodes)
Final LP       :        2340.000000    (0 iterations)
Best integer solution possible :        2351.111111
Absolute gap           :            11.1111
Relative gap           :         0.00474834

                       LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL
---- EQU OBJ             .         .         .        1.000
---- EQU R1            -INF    1014.000  2324.000      .
---- EQU R2            -INF    1716.000  2550.000      .
---- EQU R3            -INF    1560.000  1568.000      .

                       LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL
---- VAR X1              .         .       100.000    25.000
---- VAR X2              .       78.000    100.000    30.000
---- VAR X3              .         .       100.000    35.000
---- VAR F             -INF    2340.000     +INF       .

**** REPORT SUMMARY :        0     NONOPT
                             0 INFEASIBLE
                             0  UNBOUNDED
```

El fichero de salida, ya nos advierte que la solución no es optima sino que simplemente es entera con un máximo del 10 por ciento de diferencia respecto a la mejor solución.

Para llegar a obtener la solución entera, debemos modificar la condición de tolerancia, de forma que el fichero GMS será ahora:

```
* FERCA, S.A.
OPTION OPTCR = 0.00001;
VARIABLES X1, X2, X3, F;
INTEGER VARIABLES X1, X2, X3;
EQUATIONS
OBJ, R1, R2, R3;
OBJ..    F=E= 25*X1 + 30*X2 + 35*X3;
R1..     10*X1 + 13*X2 + 18*X3 =L= 2324;
R2..     20*X1 + 22*X2 + 20*X3 =L= 2550;
R3..     18*X1 + 20*X2 + 24*X3 =L= 1568;
MODEL ENT12 /ALL/;
SOLVE ENT12 USING MIP MAXIMIZING F;
```

La solución es :

```
               S O L V E      S U M M A R Y
     MODEL   ENT11               OBJECTIVE  F
     TYPE    MIP                 DIRECTION  MAXIMIZE
     SOLVER  CPLEX               FROM LINE  12

**** SOLVER STATUS     1 NORMAL COMPLETION
**** MODEL STATUS      1 OPTIMAL
**** OBJECTIVE VALUE             2350.0000
 RESOURCE USAGE, LIMIT          2.750     1000.000
 ITERATION COUNT, LIMIT         4         10000
GAMS/Cplex    Aug  7, 2000 WIN.CP.NA 19.4 016.015.038.WAT For Cplex 6.6
Cplex 6.6.1, GAMS Link 16, Using a GAMS/Cplex demo license installed at
runtime.

Proven optimal solution.
MIP Solution  :         2350.000000    (4 iterations, 10 nodes)
Final LP      :         2350.000000    (0 iterations)
Best integer solution possible :        2350.000000
Absolute gap          :                  0
Relative gap          :                  0
```

```
                       LOWER      LEVEL      UPPER    MARGINAL
---- EQU OBJ             .          .          .        1.000
---- EQU R1            -INF   1024.000  2324.000      .
---- EQU R2            -INF   1712.000  2550.000      .
---- EQU R3            -INF   1568.000  1568.000      1.500

                       LOWER      LEVEL      UPPER    MARGINAL
---- VAR X1              .          .       100.000    -2.000
---- VAR X2              .        76.000   100.000      EPS
---- VAR X3              .         2.000   100.000    -1.000
---- VAR F             -INF   2350.000     +INF        .

**** REPORT SUMMARY :        0     NONOPT
                             0 INFEASIBLE
                             0  UNBOUNDED
```

Como puede observarse la solución es ahora optima, con un mejor valor de la función objetivo.

Vamos a presentar un típico de programación entera(binaria) mixta, es decir, con variables binarias y continuas: **problemas de localización de recursos o problemas con coste fijo.**

Este tipo de problemas vendría a representar una situación como la siguiente: Consideremos un problema de distribución en que hay *n* clientes y que el producto que estos clientes demandan se puede localizar o situar en *m* almacenes desde los cuales se va a transportar el producto para satisfacer las demandas.

Supongamos que el cliente j tiene una demanda del producto que estima en d_j unidades, y hay un coste asociado c_{ij} que incluye por unidad de producto, el coste de localización del producto en el almacén *i* y el envío del producto desde *i* al cliente *j*. Además, hay un coste fijo C_i , que representa el coste de utilización del almacén *i* , si este es el caso, además cada almacén tiene unas disponibilidades de O_i unidades. El problema que se plantea es: ¿Qué almacenes deben utilizar y que cantidad de producto hay que enviar desde los almacenes a los clientes, de forma que se satisfaga la demanda con un coste total mínimo?.

A la vista de la definición anterior del problema, deben ser dos los tipos de variables a considerar. Por una parte, las correspondientes a las cantidades de producto que hay que enviar desde los almacenes a los clientes que se indicaran como:

x_{ij} = cantidad de producto enviada desde el almacén *i* al cliente *j*.

Estas variables se pueden considerar como variables continuas o enteras, según las características del producto y del contexto del problema.

Por otra parte, debe considerarse la posibilidad de que se utilice o no un determinado almacén *i*, de forma que definimos las variables:

$$s_i = \begin{cases} 1 & \text{si se utiliza el almacen i} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

La función objetivo de este problema estará formada por dos sumandos, uno que represente los costes de envío del almacén i al cliente j , y el otro sumando incorporará los costes de utilización de los almacenes.

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} C_i s_i$$

Las restricciones serán:

a) La satisfacción de las demandas de los clientes. Consideraremos que se satisfacen totalmente (=), aunque podemos sustituir esta restricción por (≥):

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = d_j$$

b) Los envíos desde cada uno de los almacenes:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = s_i\ O_i$$

El significado de esta restricción lo podemos explicar que si la variables $s_i = 0$, no será posible enviar productos desde ese almacén a cualquiera de los clientes, y en tal caso $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 0$ y con ello $x_{ij} = 0$. Sin embargo si $s_i = 1$, se verifica que $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = O_i$ para el almacén i, que son las disponibilidades de ese almacen..

En resumen, el modelo construido para este problema, es un programa de programación entera mixta con variables binarias, y quedaría de la siguiente forma:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} C_i\, s_i$$

s.a:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = d_j \qquad j = 1, 2,..., n$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = s_i\ O_i \qquad i = 1, 2,..., m$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad i = 1, 2,..., m \qquad j = 1, 2,..., n$$

$$s_i \in \{ 0, 1 \} \qquad i = 1, 2,..., m$$

Una variante de este problema, es cuando se pretende localizar un único almacén con capacidad suficiente. En este caso la elección solo puede recaer un una variable s_i =1, además debemos asegurar que el almacén elegido tenga la capacidad para satisfacer el total de la demanda de los cliente. Con ello el problema seria casi idéntico al anterior, con la salvedad que las oferta $O_i = \sum_{j=1}^{n} d_j$

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} C_i\, s_i$$

s.a:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = d_j \qquad j = 1, 2,..., n$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = s_i \sum_{j=1}^{n} d_j \qquad i = 1, 2,..., m$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad i = 1, 2,..., m \qquad j = 1, 2,..., n$$

$$s_i \in \{ 0, 1 \} \qquad i = 1, 2,..., m$$

Consideremos el siguiente ejemplo:

Una empresa tiene que servir seis zonas comerciales, con un máximo de cuatro fabricas. Las zonas comerciales y sus demandas (expresadas en unidades anuales de producto) son las siguientes:

ZONA	*DEMANDA*
CATALUNYA	*480*
NORTE	*356*
NOROESTE	*251*
LEVANTE	*349*
CENTRO	*598*
SUR	*326*

La empresa tiene en la actualidad dos fabricas en funcionamiento, una de ellas esta situada en Barcelona y tiene una capacidad productiva de 500 unidades/año, la segunda fabrica esta situada en Madrid y tiene una capacidad productiva de 700 unidades/año.

Las alternativas de inversión que se plantean en la empresa son las de ampliar las dos fabricas existentes o bien construir nuevas plantas en Bilbao y/o Valencia. Los *costes variables de suministros cij, que comprenden tanto los costes de producción, de transporte y los de distribución en las zonas de demanda son los siguientes:*

Planta\Zona	*Cataluña*	*Norte*	*Noroeste*	*Levante*	*Centro*	*Sur*
Barcelona	*10*	*62*	*110*	*35*	*62*	*100*
Bilbao	*62*	*10*	*63*	*63*	*40*	*83*
Madrid	*62*	*40*	*60*	*35*	*7*	*54*
Valencia	*35*	*63*	*96*	*10*	*35*	*67*

Las diferentes fabricas tienen los costes anuales y los niveles de producción siguientes:

	CAPACIDAD ACTUAL	*AMPLIACIÓN CAPACIDAD*	*COSTE FIJO*
BARNA	*500*	*1000*	*100000*
BILBAO		*1000*	*100000*
MADRID	*700*	*1000*	*80000*
VALENCIA		*1000*	*100000*

Cual ha de ser la decisión que tome la empresa de manera que se satisfagan las demandas y el coste sea mínimo.

La modelización de este problema es muy similar a un problema de transporte, excepto por la característica de incorporar la parte correspondiente al coste fijo de los almacenes, así como las restricciones de producción y de capacidad máxima de cada una de las plantas.

La construcción del fichero GMS con todas las variables (x y s) seria largo y complicado, pero afortunadamente GAMS permite crear un fichero "casi" como se ha escrito el modelo, simplemente definiendo previamente unos conjutnos de datos (SET, PARAMETER, TABLE, etc.), como sigue:

```
$TITLE PROBLEMA DE LOCALIZACION
OPTION LIMROW=100;
OPTION LIMCOL =100;
OPTIONS OPTCR = 0.01;
SET     I       FABRICAS /BARNA,BILBAO,MADRID,VALENC/
        J       ZONAS /CATAL, NORTE, NOROE, LEVAN, CENTR, SUR/
TABLE C(I,J)    COSTES VARIABLES DE DISTRIBUCION Y TRANSPORTE
                CATAL   NORTE   NOROE   LEVAN   CENTR   SUR
BARNA           10      62      110     35      62      100
BILBAO          62      10      63      63      40      86
MADRID          62      40      60      35      7       54
VALENC          35      63      96      10      35      67;
PARAMETER F(I)  COSTES FIJOS
/BARNA  100000
BILBAO  100000
MADRID  80000
VALENC  100000/;
PARAMETER D(J) DEMANDA DE LA ZONAS
/CATAL  480
NORTE   356
NOROE   251
LEVAN   349
CENTR   598
SUR     326/;
PARAMETER CA(I)  CAPACIDAD DE LAS FABRICAS
/BARNA  1000
BILBAO  1000
MADRID  1000
VALENC  1000/;
PARAMETER CI(I)  CAPACIDAD INICIAL
/BARNA  500
BILBAO  0
MADRID  700
VALENC  0/;
VARIABLES
FO
COFI
X(I,J)
Y(I);
POSITIVE VARIABLES X(I,J);
BINARY VARIABLES Y(I);

EQUATIONS
OBJ
COSTEFIJO
DEMANDA(J)
MAXPROD(I);
COSTEFIJO.. COFI =E= SUM(I, F(I)*Y(I));
OBJ.. FO =E= SUM((I,J), C(I,J)*X(I,J)) + COFI;
DEMANDA(J).. SUM(I,X(I,J)) =G= D(J);
MAXPROD(I).. SUM(J,X(I,J)) =L= CI(I) + (CA(I)*Y(I));

MODEL LOCALIZ /ALL/;
SOLVE LOCALIZ USING MIP MINIZING FO;
DISPLAY X.L,Y.L,DEMANDA.L, MAXPROD.L;
```

Vamos a observa en primer lugar las ecuaciones de este problema:

```
---- OBJ         =E=
OBJ..  FO - COFI - 10*X(BARNA,CATAL) - 62*X(BARNA,NORTE) - 110*X(BARNA,NOROE)
-    35*X(BARNA,LEVAN)    -    62*X(BARNA,CENTR)    -    100*X(BARNA,SUR)    -
62*X(BILBAO,CATAL)    -    10*X(BILBAO,NORTE)    -    63*X(BILBAO,NOROE)    -
63*X(BILBAO,LEVAN)    -    40*X(BILBAO,CENTR)    -    86*X(BILBAO,SUR)    -
62*X(MADRID,CATAL)    -    40*X(MADRID,NORTE)    -    60*X(MADRID,NOROE)    -
35*X(MADRID,LEVAN) - 7*X(MADRID,CENTR) - 54*X(MADRID,SUR) - 35*X(VALENC,CATAL)
-   63*X(VALENC,NORTE)   -   96*X(VALENC,NOROE)   -   10*X(VALENC,LEVAN)   -
35*X(VALENC,CENTR) - 67*X(VALENC,SUR) =E= 0 ;     (LHS = 0)

---- COSTEFIJO   =E=
COSTEFIJO..   COFI  -  100000*Y(BARNA)  -  100000*Y(BILBAO)  -  80000*Y(MADRID)  -
100000*Y(VALENC) =E= 0 ; (LHS = 0)

---- DEMANDA     =G=
DEMANDA(CATAL)..  X(BARNA,CATAL) + X(BILBAO,CATAL) + X(MADRID,CATAL)
 + X(VALENC,CATAL) =G= 480 ; (LHS = 0 ***)
DEMANDA(NORTE)..  X(BARNA,NORTE) + X(BILBAO,NORTE) + X(MADRID,NORTE)
 + X(VALENC,NORTE) =G= 356 ; (LHS = 0 ***)
DEMANDA(NOROE)..  X(BARNA,NOROE) + X(BILBAO,NOROE) + X(MADRID,NOROE)
 + X(VALENC,NOROE) =G= 251 ; (LHS = 0 ***)
DEMANDA(LEVAN)..  X(BARNA,LEVAN) + X(BILBAO,LEVAN) + X(MADRID,LEVAN)
 + X(VALENC,LEVAN) =G= 349 ; (LHS = 0 ***)
DEMANDA(CENTR)..  X(BARNA,CENTR) + X(BILBAO,CENTR) + X(MADRID,CENTR)
 + X(VALENC,CENTR) =G= 598 ; (LHS = 0 ***)
DEMANDA(SUR)..   X(BARNA,SUR)  +  X(BILBAO,SUR)  +  X(MADRID,SUR)  +  X(VALENC,SUR)
=G= 326 ; (LHS = 0 ***)

---- MAXPROD     =L=
MAXPROD(BARNA)..  X(BARNA,CATAL) + X(BARNA,NORTE) + X(BARNA,NOROE)
 + X(BARNA,LEVAN) + X(BARNA,CENTR) + X(BARNA,SUR) - 1000*Y(BARNA) =L=
 500 ; (LHS = 0)
MAXPROD(BILBAO)..  X(BILBAO,CATAL) + X(BILBAO,NORTE) + X(BILBAO,NOROE)
 + X(BILBAO,LEVAN) + X(BILBAO,CENTR) + X(BILBAO,SUR) - 1000*Y(BILBAO)
 =L= 0 ; (LHS = 0)
MAXPROD(MADRID)..  X(MADRID,CATAL) + X(MADRID,NORTE) + X(MADRID,NOROE)
 + X(MADRID,LEVAN) + X(MADRID,CENTR) + X(MADRID,SUR) - 1000*Y(MADRID)
 =L= 700 ; (LHS = 0)
MAXPROD(VALENC)..  X(VALENC,CATAL) + X(VALENC,NORTE) + X(VALENC,NOROE)
 + X(VALENC,LEVAN) + X(VALENC,CENTR) + X(VALENC,SUR) - 1000*Y(VALENC)
      =L= 0 ; (LHS = 0)
```

En las ecuaciones anteriores podemos observar el planteamiento formal de las restricciones que afectan a cada una de las zonas y a cada una de las posibles localizaciones.

Para obtener la solución de este problema usaremos solamente los resultados de la opción DISPLAY. La solución a este problema es:

```
               S O L V E      S U M M A R Y
     MODEL   LOCALIZ              OBJECTIVE  FO
     TYPE    MIP                  DIRECTION  MINIMIZE
     SOLVER  CPLEX                FROM LINE  54

**** SOLVER STATUS     1 NORMAL COMPLETION
**** MODEL STATUS      1 OPTIMAL
**** OBJECTIVE VALUE           237425.0000
 RESOURCE USAGE, LIMIT          2.800     1000.000
 ITERATION COUNT, LIMIT        60        10000
GAMS/Cplex    Aug  7, 2000 WIN.CP.NA 19.4 016.015.038.WAT For Cplex 6.6
Cplex 6.6.1, GAMS Link 16, Using a GAMS/Cplex demo license installed at
runtime.
Proven optimal solution.
MIP Solution  :       237425.000000    (60 iterations, 12 nodes)
Final LP      :       237425.000000    (1 iterations)
Best integer solution possible :      237425.000000
Absolute gap          :                  0
Relative gap          :                  0

                       LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL
---- EQU OBJ             .         .         .        1.000
---- EQU COSTEFIJO       .         .         .        1.000

---- EQU DEMANDA
         LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL
CATAL   480.000   480.000     +INF     10.000
NORTE   356.000   356.000     +INF     10.000
NOROE   251.000   251.000     +INF     60.000
LEVAN   349.000   349.000     +INF     35.000
CENTR   598.000   598.000     +INF      7.000
SUR     326.000   326.000     +INF     54.000
```

```
---- EQU MAXPROD
          LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL
BARNA      -INF    480.000   500.000      .
BILBAO     -INF   -644.000      .         .
MADRID     -INF    524.000   700.000      .
VALENC     -INF       .         .     -100.000

                       LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL
---- VAR FO             -INF  2.3743E+5     +INF       .
---- VAR COFI           -INF  1.8000E+5     +INF       .

---- VAR X
                LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL
BARNA .CATAL      .      480.000     +INF       .
BARNA .NORTE      .         .        +INF     52.000
BARNA .NOROE      .         .        +INF     50.000
BARNA .LEVAN      .         .        +INF       EPS
BARNA .CENTR      .         .        +INF     55.000
BARNA .SUR        .         .        +INF     46.000
BILBAO.CATAL      .         .        +INF     52.000
BILBAO.NORTE      .      356.000     +INF       .
BILBAO.NOROE      .         .        +INF      3.000
BILBAO.LEVAN      .         .        +INF     28.000
BILBAO.CENTR      .         .        +INF     33.000
BILBAO.SUR        .         .        +INF     32.000
MADRID.CATAL      .         .        +INF     52.000
MADRID.NORTE      .         .        +INF     30.000
MADRID.NOROE      .      251.000     +INF       .
MADRID.LEVAN      .      349.000     +INF       .
MADRID.CENTR      .      598.000     +INF       .
MADRID.SUR        .      326.000     +INF       .
VALENC.CATAL      .         .        +INF    125.000
VALENC.NORTE      .         .        +INF    153.000
VALENC.NOROE      .         .        +INF    136.000
VALENC.LEVAN      .         .        +INF     75.000
VALENC.CENTR      .         .        +INF    128.000
VALENC.SUR        .         .        +INF    113.000

---- VAR Y
          LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL
BARNA       .         .       1.000 1.0000E+5
BILBAO      .       1.000     1.000 1.0000E+5
MADRID      .       1.000     1.000 80000.000
VALENC      .         .       1.000     EPS
```

```
**** REPORT SUMMARY :        0     NONOPT
                             0 INFEASIBLE
                             0  UNBOUNDED
E x e c u t i o n (DISPLAY)

----      55 VARIABLE  X.L
              CATAL       NORTE       NOROE       LEVAN       CENTR         SUR
BARNA      480.000
BILBAO                  356.000
MADRID                              251.000     349.000     598.000     326.000

----      55 VARIABLE  Y.L
BILBAO 1.000,    MADRID 1.000

----      55 EQUATION  DEMANDA.L
CATAL 480.000,    NORTE 356.000,    NOROE 251.000,    LEVAN 349.000
CENTR 598.000,    SUR   326.000

----      55 EQUATION  MAXPROD.L
BARNA   480.000,    BILBAO -644.000,    MADRID  524.000

----      55 VARIABLE  FO.L                 =   237425.000

EXECUTION TIME       =        0.220 SECONDS    1.4 Mb      WIN194-116
```

La estrategia óptima es la de ampliar la planta de Madrid y construir una planta en Bilbao. La nueva planta de Bilbao abastece a la zona Norte, mientras que la planta actual de Barcelona abastece a Cataluña, y muy residualmente a Levante. El resto de la demanda de la zona de Levante se abastece desde Madrid, así como a las restantes zonas.