

Universidad de Chile.  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.  
Departamento de Ingeniería Industrial.

## IN34A: OPTIMIZACIÓN

### Examen recuperativo

#### PREGUNTA 1

Una compañía salmonera dispone de  $S$  centros de producción de salmones y  $P$  distintos países donde venderlos en los próximos  $T$  períodos. En el país  $p$  en el periodo  $t$ , el precio unitario de los salmones es  $P_p^t$  y se puede vender a lo mas  $D_p^t$  unidades.

Asuma que la producción de salmones no tiene costo. Sin embargo, deben mantenerse ciertas restricciones en la producción del preciado recurso: en primer lugar debe considerarse que el número de salmones disponibles para la venta en un período cualquiera es el doble del número de salmones que quedaron disponibles en el período anterior. En segundo lugar y por regulaciones medioambientales, debe mantenerse una cantidad mínima de  $MIN$  salmones en cada centro productivo cada período. Asuma como conocida la cantidad inicial de salmones en cada centro.

El transporte de salmones desde el centro  $s$  al país  $p$  tiene un costo fijo por período de  $F_{ps}^t$  y un costo variable por período de  $C_{ps}^t$ . No existen restricciones a la cantidad mínima o máxima que deba transportarse desde los centros hacia los países.

Con la información anterior, construya un modelo de programación lineal que permita a la empresa salmonífera maximizar sus utilidades respetando las restricciones inherentes al problema.

#### PREGUNTA 2

1. Sea un problema de programación lineal con solución óptima conocida. Sea  $x_b$  variable básica en el óptimo y suponga que  $c_b$  cambia sin que cambie la solución básica óptima. En la solución óptima, señale si cambian o no el:
  - Valor de la función objetivo
  - Valor de las variables
  - Valor de los costos modificados
2. Indique si en una iteración del algoritmo simplex especializado en redes es posible la degeneración. En caso afirmativo, indique en que circunstancias puede ocurrir.
3. Justifique o rechace la siguiente afirmación: para que un problema lineal tenga óptimos alternativos el gradiente de la función objetivo se debe poder expresar mediante un sólo vector gradiente de alguna restricción.
4. En el contexto de la programación entera justifique o rechace la siguiente afirmación: un problema entero de maximización cuya solución en la relajación lineal contempla al menos una variable fraccionaria de gran valor ( $> M$  con  $M$  muy grande) y con costo básico asociado positivo debe tener una solución óptima original del orden (magnitud de la F.O.) de la solución de la relajación lineal y en SIEMPRE debe entregar una F.O. positiva <sup>1</sup>.
5. Explique el concepto y propósito detrás de la Fase 1 del método simplex. Analice si una solución factible cualquiera cumple con el criterio de optimalidad del problema de la Fase 1.

---

<sup>1</sup>HINT: si es necesario construya un caso patológico y demuestre por contradicción

6. Sean  $X^*$  y  $Y^*$  soluciones óptimas del problema primal y dual respectivamente. Demuestre que:

$$(A X^* - b)^T \cdot Y^* = 0$$

$$X^* \cdot (c - A^T Y^*) = 0$$

### PREGUNTA 3

Una compañía de automóviles quiere producir un nuevo modelo de auto en una línea de producción que cuenta con capacidad ociosa de producción. Este modelo puede producirse en dos tipos; 1 y 2. El auto tipo 1 y el tipo 2 le rentarían a la compañía una utilidad de 5 y 4 UM respectivamente. El gerente de marketing sostiene que la demanda total por este modelo de vehículos es de 5 unidades por día como máximo. El gerente de recursos humanos afirma que se cuenta con 45 horas hombres por día para dedicar a esta nueva línea, además el departamento de producción sabe que necesita 10 HH por día para el primer vehículo y 6 HH por día para el segundo.

Solucione a través de PLE el problema del gerente de producción, ya que no sabe cuantos vehículos de cada tipo debe producir al día.

### PREGUNTA 4

Se tiene el siguiente problema de flujo en redes, donde la información entregada en cada arco corresponde a la cota superior y el costo unitario de ese arco. El grafo asociado al problema se muestra a continuación:

Figura 1: Grafo asociado al problema.

Un solución factible del problema es:  $f_{12} = 8$ ,  $f_{13} = 0$ ,  $f_{23} = 5$ ,  $f_{24} = 3$ ,  $f_{26} = 0$ ,  $f_{35} = 5$ ,  $f_{36} = 0$ ,  $f_{46} = 3$ ,  $f_{56} = 5$ . Con la información entregada, realice a 2 iteraciones del algoritmo simplex especializado en red, especificando en cada una de las iteraciones los criterios de optimalidad, entrada y salida de la base.