



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial
IN34A Optimización

Profesores: Guillermo Durán
Richard Weber
Auxiliares: Blas Duarte
Sebastián Guzmán
Marianela Pereira

Pauta Pregunta 3 EXAMEN IN34A Semestre Primavera 2004

Pregunta 3

Una empresa de tele ventas posee 4 centros de llamado ya funcionando y 4 telefonistas nuevos que quiere asignar a dichos centros. Se hizo un estudio de mercado y se determinó el número estimado de clientes adicionales por mes al asignar los telefonistas a los centros. La siguiente tabla muestra el resultado de este estudio.

	1 telefonista	2 telefonistas	3 telefonistas	4 telefonistas
Centro 1	10	15	20	25
Centro 2	5	6	7	8
Centro 3	15	16	17	18
Centro 4	18	20	22	23

Por ejemplo asignar 2 telefonistas al centro 1 genera 15 clientes adicionales por mes.

- Trate de reducir la complejidad del problema aplicando un análisis previo. Justifique su decisión.
- Resuelve el problema simplificado aplicando programación dinámica. Si no logra simplificar el problema resuelve el problema original aplicando programación dinámica.
- Identifique estados, etapas, variables de decisión, la función de transformación y la función de recursión.
- ¿Cuál(es) es (son) la(s) política(s) óptima(s)?

Pauta:

Reducir la simplicidad del problema se puede hacer a simple vista, por ejemplo, se ve que si se asigna las cuatro telefonistas a un solo centro el máximo de beneficio será 25, lo que es menos que el beneficio obtenido al poner una telefonista en cada centro que es de 48, así, inmediatamente se elimina la opción de tener cuatro telefonistas en un solo centro.

Igualmente se ve que el máximo que se puede obtener con tres telefonistas es $22+15 < 48$ en el caso de ver tener 3 telefonistas en el centro 4 y una en el centro 3 o $20+18 < 38$ en el caso de poner 3 telefonistas en el centro 1 y 1 en el centro 4. Lo anterior se observa fácilmente mirando los máximos en cada columna.

Se hace notar que a simple vista pareciera cómo eliminar el centro 2, pero si se pone atención, se observa que con la eliminación de este centro elimina la posibilidad de tener una telefonista en cada centro, opción que da un beneficio alto observado a simple vista.

Se simplifica el problema eliminando las opciones con 3 y 4 telefonistas por centro.

Modelo en Programación Dinámica con el modelo simplificado:

Etapas:

$i = 1, 2, 3, 4$. Cada centro.

Variables de Estado:

S_i = Cantidad de telefonistas disponibles para el centro i

Variables decisión:

X_i = Cantidad de telefonistas asignadas al centro i .

Función Recursión:

$$S_{i+1} = S_i - X_i$$

Condición de Borde:

$$S_1 = 4$$

$$V^*_5(S_5) = 0$$

Función Beneficio:

Si se denomina $P_i(X_i)$ a el beneficio que da poner telefonistas en el centro i , valores que están dados en las tablas mostradas en el enunciado se tiene que:

$$V_i(S_i, X_i) = P_i(X_i) + V^*_{i+1}(S_i - X_i)$$

$$\text{Donde } V^*_{i+1}(S_i - X_i) = V^*_{i+1}(S_{i+1}) = \max_{0 \leq X_{i+1} \leq S_{i+1}} V_{i+1}(S_{i+1}, X_{i+1})$$

Así en general se tiene:

Centro 4:

S	X				
	0	1	2	X*	V*
1	0	18	-	1	18
2	0	18	20	2	20
3	0	18	20	2	20
4	0	18	20	2	20

Centro 3:

S	X				
	0	1	2	X*	V*
1	18	15	-	0	18
2	20	33	16	1	33
3	20	35	34	1	35
4	20	35	36	2	36

Centro 2:

	X				
S	0	1	2	X*	V*
1	18	5	-	0	18
2	33	23	6	0	33
3	35	38	24	1	38
4	36	40	39	1	40

Centro 1:

	X				
S	0	1	2	X*	V*
4	40	48	48	1, 2	48

Así existen dos políticas óptimas:

i	Xi	
	Política 1	Política 2
Centro 1	1	2
Centro 2	1	0
Centro 3	1	1
Centro 4	1	1
Beneficio	48	48

En el caso de no hacer la simplificación y resolver el problema como fue planteado inicialmente se tiene lo siguiente:

Centro 4:

	X					
S	0	1	2	3	4	X* V*
1	0	18	-	-	-	1 18
2	0	18	20	-	-	2 20
3	0	18	20	22	-	3 22
4	0	18	20	22	23	4 23

Centro 3:

	X					
S	0	1	2	3	4	X* V*
1	18	15	-	-		0 18
2	20	33	16	-		1 33
3	22	35	34	17		1 35
4	23	35	36	35	18	2 36

Centro 2:

	X						
S	0	1	2	3	4	X*	V*
1	18	5	-	-	-	0	18
2	33	23	6	-	-	0	33
3	35	38	24	7	-	1	38
4	36	40	39	25	8	1	40

Centro 1:

	X						
S	0	1	2	3	4	X*	V*
4	40	48	48	38	25	1, 2	48

Las políticas óptimas son las mismas.

Notas de corrección:

Reducción de complejidad 1 pto.

Modelo 2 ptos.: 0.5 etapas, 0.5 variables decisión, 0.5 variables estado, 0.5 recursión

Aplicación de PD 2ptos: 0.5 cada tabla, 0.75 en el caso de eliminar un centro, y si está la función beneficio y no la aplicación de PD otorgar 1 pto.

Dar políticas óptimas 1pto. :0.5 cada una.

Aparte:

-Quien eliminó el centro 2 tiene como nota máxima un 55, ya que tiene 1 punto menos por mala simplificación y 0.5 menos por no enunciar una de las políticas óptimas (que se podía ver a simple vista).