

Integre la ecuación

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \alpha \frac{\partial U}{\partial t} = 0$$

usando el método de las características en el intervalo  $0 \leq y \leq 1$ . El problema queda bien definido si en los bordes  $y = y_0$  se da  $U$  y  $q = U'$  (el valor de  $p(y_0, t)$  se deduce de  $U(y_0, t)$ ). y en  $t = 0$  se da  $U$  y  $p = \dot{U}$  (el valor de  $q(y, 0)$  se deduce de  $U(y, 0)$ ).

A la izquierda la condición de borde es:  $U(0, t) = \sin \omega t$  si  $\omega t \leq 2\pi$  y después es  $U(0, t) = 0$  mientras que siempre  $q(0, t) = 0$ . Al lado derecho es  $U(1, t) = 0$  y  $q(1, t) = 0$ .

Las condiciones iniciales son  $U(y, 0) = 0$ , mientras que  $p(0, 0) = w$  y  $p(y \neq 0, 0) = 0$ .

Estudie el caso  $\omega = 40$ ,  $c = 1.3$  y  $\alpha = 2.0$ . Divida el intervalo  $(0, 1)$  en  $N + \frac{1}{2}$  trazos de longitud  $h = 1/(N + \frac{1}{2})$  usando  $N = 5000$ .

Como se discutió en clases, hay *instantes pares* e *impares*. El instante inicial es par. Necesitará construir rutinas de par-a-impar (PI) y de impar-a-par (IP). Las iteraciones PI actúan sobre datos definidos en puntos  $y = 0, h, 2h, \dots, y = (N - \frac{1}{2})h$ , mientras que las iteraciones IP actúan sobre datos definidos sobre  $y = \frac{h}{2}, \frac{3h}{2}, \dots, y = 1$ . Una iteración PI debe culminar imponiendo  $U_N = 0$ ,  $p_N = 0$ , mientras que una iteración IP culmina con imponiendo la condición de borde del lado izquierdo. Sobre la condición inicial actúa una iteración PI.

Dibuje  $U(y, t = \text{fijo})$  para  $t = 0.22, t = 0.44, t = 0.66, t = 0.88, t = 1.0, t = 1.22, t = 1.44$ . Posiblemente se puede poner todas estas curvas en un solo gráfico. Dedique especial cuidado a explicar la forma como abordó el asunto de las condiciones de borde.

La ecuación planteada es la que satisfacen las componentes del campo eléctrico y magnético cuando se propaga una onda electromagnética en un medio algo conductor. El coeficiente  $\alpha$  es proporcional a la conductividad del medio. La condición de borde en  $y = 0$  puede pensarse como la que impone un pulso que llega desde el vacío al medio conductor que comienza en  $y = 0$ . La condición de borde en  $y = 1$  corresponde a la presencia de un conductor perfecto de ahí en adelante. Ese borde actúa como un espejo.