

Integre la ecuación

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \alpha \frac{\partial U}{\partial t} = 0$$

usando el método de las características en el intervalo $0 \leq y \leq 1$. El problema queda bien definido si en los bordes $y = y_0$ se da U y $q = U'$ (el valor de $p(y_0, t)$ se deduce de $U(y_0, t)$). y en $t = 0$ se da U y $p = \dot{U}$ (el valor de $q(y, 0)$ se deduce de $U(y, 0)$).

A la izquierda la condición de borde es: $U(0, t) = \sin \omega t$ si $\omega t \leq 2\pi$ y después es $U(0, t) = 0$ mientras que siempre $q(0, t) = 0$. Al lado derecho es $U(1, t) = 0$ y $q(1, t) = 0$.

Las condiciones iniciales son $U(y, 0) = 0$, mientras que $p(0, 0) = w$ y $p(y \neq 0, 0) = 0$.

Estudie el caso $\omega = 40$, $c = 1.3$ y $\alpha = 2.0$. Divida el intervalo $(0, 1)$ en $N + \frac{1}{2}$ trazos de longitud $h = 1/(N + \frac{1}{2})$ usando $N = 5000$.

Como se discutió en clases, hay *instantes pares* e *impares*. El instante inicial es par. Necesitará construir rutinas de par-a-impar (PI) y de impar-a-par (IP). Las iteraciones PI actúan sobre datos definidos en puntos $y = 0, h, 2h, \dots, y = (N - \frac{1}{2})h$, mientras que las iteraciones IP actúan sobre datos definidos sobre $y = \frac{h}{2}, \frac{3h}{2}, \dots, y = 1$. Una iteración PI debe culminar imponiendo $U_N = 0$, $p_N = 0$, mientras que una iteración IP culmina con imponiendo la condición de borde del lado izquierdo. Sobre la condición inicial actúa una iteración PI.

Dibuje $U(y, t = \text{fijo})$ para $t = 0.22, t = 0.44, t = 0.66, t = 0.88, t = 1.0, t = 1.22, t = 1.44$. Posiblemente se puede poner todas estas curvas en un solo gráfico. Dedique especial cuidado a explicar la forma como abordó el asunto de las condiciones de borde.

La ecuación planteada es la que satisfacen las componentes del campo eléctrico y magnético cuando se propaga una onda electromagnética en un medio algo conductor. El coeficiente α es proporcional a la conductividad del medio. La condición de borde en $y = 0$ puede pensarse como la que impone un pulso que llega desde el vacío al medio conductor que comienza en $y = 0$. La condición de borde en $y = 1$ corresponde a la presencia de un conductor perfecto de ahí en adelante. Ese borde actúa como un espejo.