

P1 Utilice el algoritmo de Numerov para integrar la ecuación

$$f'' - f(x) = -\frac{x^5}{1+x^2 e^x}$$

con las condiciones $f(0) = 1$ y $f(\infty) = 0$. Para hacer este problema utilice tanto integración de izquierda a derecha como de derecha a izquierda. ¿Son iguales los resultados en ambos casos? Pruebe usar de 500 a 5 mil puntos en la discretización.

Se sugiere determinar el comportamiento de la solución para x muy grande y con esa información determinar el valor x_{\max} que puede ser conveniente tomar como tope. Para ello suponga primero que la solución tiene una forma asintótica $f(x \sim \infty) = Ax^n e^{-x}$. A partir de la ecuación original obtenga A y n .

P2 Encuentre *los primeros* cuatro autovalores λ de la ecuación de una cuerda inhomogénea,

$$f'' + \lambda \left(1 + \frac{x^2}{2}\right) f = 0$$

con condiciones de borde $f(0) = f(1) = 0$. Los autovalores se ordenan según el número de nodos de la autofunción. Grafique (sin normalizar) estas cuatro autofunciones.