TAREA 2
MECÁNICA CUÁNTICA II
Departamento de Física
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
Jueves 17 de Agosto, 2006

Profesor: Fernando Lund.
Auxiliar: Simón Poblete.
Entrega Jueves 24 de Agosto.

1. En el átomo de hidrógeno considere el caso en que H_0 incluye las interacciones Coulmbiana y spin-órbita, y H_1 representa el efecto de un campo magnético débil $\mathbf{B} = B\mathbf{k}$. Usando una base adecuada, muestre que el corrimiento a primer orden está relacionado con j_z por:
$$E_1 = \left(\frac{eB}{2mc}\right)\left(1 \pm \frac{1}{2l+1}\right) j_z \tag{1}$$
con $j = l \pm 1/2$. Bosqueje los niveles para $n = 2$ suponiendo que $E_1 \ll E_1^{fs}$. (fs: fine structure).

2. Considere una partícula sin spin en un pozo cuadrado infinito bidimensional:
$$V(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a \\ \infty & \text{otro caso} \end{cases} \tag{2}$$
   a) ¿Cuál es la energía de los tres primeros estados?
   b) Si ahora perturbamos,
   $$V_1 = \lambda xy, \quad 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a. \tag{3}$$
   responda:
      1) ¿ El cambio en la energía es lineal o cuadrático en λ para cada de estos estados?
      2) Otenga expresiones para las modificaciones a la energía de los tres primeros estados a orden λ. (No es necesario evaluar las integrales explícitamente).
      3) Dibuje un diagrama de energías con y sin la perutbación para los tres estados de energía. Asegúrese de especificar cual estado no perturbado está conectado con cual estado perturbado.

3. El Hamiltoniano en forma matricial para un sistema de dos estados viene dado por
$$H = \begin{pmatrix} E_1^0 & \lambda\Delta \\ \lambda\Delta & E_2^0 \end{pmatrix} \tag{4}$$
y claramente los autoestados sin perturbar ($\lambda = 0$) son
$$\phi_1^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \phi_2^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{5}$$

a) Resuelva este problema exactamente para encontrar los autoestados ψ_1 y ψ_2 a primer orden y sus autoenergías.

b) Suponiendo que $\lambda|\Delta| \ll |E_1^0 - E_2^0|$, resuelva el mismo problema con teoría de perturbaciones a primer orden en los autoestados y a segundo en las energías. Compare los resultados con el caso anterior. Comente.

c) Suponga que los dos estados no perturbados son “casi degenerados”, o sea,

$$|E_1^0 - E_2^0| \ll \lambda|\Delta| \tag{6}$$

Muestre que los resultados exactos de la primera parte se asemejan bastante a lo que se podría esperar al aplicar teoría de perturbaciones degenerada a este problema si E_1^0 se iguala a E_2^0.