

-) Un jugador italiano expresó su sorpresa a Galileo, por observar que al jugar 4 dados la suma 10 aparece 4 veces más que la 9. Según el jugador, los casos favorables al 9 serían: 126, 135, 144, 225, 234 y 333 y al 10: 136, 145, 226, 235, 244 y 334. Pero Galileo vio que estas combinaciones no se pueden considerar igualmente probables. Explicar por qué y calcular las correspondientes.

SOLN.

9)

$$\begin{aligned} 3! [P(1,2,6) + P(1,3,5) + P(2,3,4)] \\ + \left(\frac{3}{2}\right) [P(1,4,4) + P(2,2,5)] + P(3,3,3) \\ = \frac{1}{6^3} [6 \cdot 3 + \left(\frac{3}{2}\right) \cdot 2 + 1] = \frac{25}{216} \end{aligned}$$

10)

$$\begin{aligned} 3! [P(1,3,6) + P(1,4,5) + P(2,3,5)] \\ + \left(\frac{3}{2}\right) [P(2,2,6) + P(2,4,4) + P(3,3,4)] \\ = \frac{1}{6^3} [6 \cdot 3 + \left(\frac{3}{2}\right) \cdot 3] = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

-) Un alumno tiene que elegir 7 de las 10 preguntas de un examen. ¿De cuántas maneras lo puede hacer? ¿Y si las 4 primeras son obligatorias?

SOLN.

No importa el orden $\therefore \binom{10}{7} = 120$

De las 4 obligatorias, resta elegir 3 de 6 \therefore

$$\binom{6}{3} = 20$$

Example 3

A box contains 40 white, 50 red, 60 black balls. Pick 20 without replacement. Find the prob of getting

- (a) 10 white, 4 red, 6 black
- (b) 10 white

- (a) The total number of outcomes is $\binom{150}{20}$. For the favorable, pick 10 white out of 40, pick 4 red out of 50, pick 6 black out of 60:

$$P(10W, 4R, 6B) = \frac{\binom{40}{10} \binom{50}{4} \binom{60}{6}}{\binom{150}{20}}$$

- (b) For the favorable, pick 10 white out of 40, pick 10 others from the 110 non-white:

$$P(10W) = \frac{\binom{40}{10} \binom{110}{10}}{\binom{150}{20}}$$

Encabezados en los apuntes

2.5]

Desarrollo

La distribución Binomial tiene la forma:

$$P(n) = \frac{N!}{(N-n)! n!} p^n q^{N-n}$$

$P(n)$ representa la probabilidad de que un suceso, con probabilidad individual p , ocurra n veces dentro de un universo de N sucesos.

Por lo tanto para el caso del hombre borracho la probabilidad que de n pasos hacia la derecha es:

$$P(n) = \frac{N!}{(N-n)! n!} p^n q^{N-n} \quad (a)$$

Para la parte "b" tenemos que la única forma de que el hombre avance una distancia $L = ml = (n-n')l$ es avanzando n hacia la derecha, por lo tanto la probabilidad es la misma que la parte (a):

$$P(n) = \frac{N!}{(N-n)! n!} p^n q^{N-n} \quad (b)$$

2.9) El momento magnético de un spin $1/2$ es μ_0 su componente μ en sentido hacia arriba tiene prob. p de ser igual a μ_0 y la prob. $q = 1-p$ de ser $-\mu_0$.

a) Calcular $\bar{\mu}$ y $\bar{\mu}^2$

b) Utilizar la expr. (i) del prob. (2.8) para calcular $(\Delta\mu)^2$.
 (verif. que el resultado está de acuerdo (1) la eq. (57) del texto).

a) $\bar{\mu} = \sum \mu_i P(i)$
 $\bar{\mu} = p\mu_0 + q(-\mu_0) = (p-q)\mu_0 = (2p-1)\mu_0$

$$\bar{\mu}^2 = \sum_r P_r (\mu_r - \bar{\mu})^2 \Rightarrow (\mu - \bar{\mu})^2$$

$$= p(\mu_0 - \bar{\mu})^2 + q(-\mu_0 - \bar{\mu})^2$$

$$= p(\mu_0 - (2p-1)\mu_0)^2 + q(-\mu_0 - (2p-1)\mu_0)^2$$

$$= p(2\mu_0(1-p))^2 + q(-2p\mu_0)^2$$

$$= p(2\mu_0 q)^2 + q(2p\mu_0)^2 = 4\mu_0^2 q^2 p + 4\mu_0^2 p^2 q$$

$$= 4\mu_0^2 pq(q+p) = 4\mu_0^2 pq$$

b) Del prob. (2.8)(i) $\rightarrow (\Delta\mu)^2 = (\mu - \bar{\mu})^2 = \bar{\mu}^2 - \bar{\mu}^2$

$$(\Delta\mu)^2 = 4\mu_0^2 pq - [(2p-1)\mu_0]^2 = 4\mu_0^2 pq - \mu_0^2 (2p-1)^2$$

$$= 4\mu_0^2 pq - 4\mu_0^2 p^2 + 4\mu_0^2 p - \mu_0^2$$

$$= \mu_0^2 (4pq - 4p^2 + 4p - 1)$$

3.1) Supóngase que cada uno de los sist. A y A' están inicialmente separados entre sí, las mediciones muestran q' el mom. mag. de A es $-3\mu_0$ y el de A' $+4\mu_0$. Se colocan los sist. en contacto térmico y se les permite intercambio de energía hasta el eq. calcular:

- a) La prob. $P(M)$ de q' el mom. mag. total de A adquiere alg. de sus posibles valores M.
 b) El valor medio \bar{M} del mom. mag. de A.
 c) Supóngase q' los sist. se separan luego de modo q' ya no intercambian energía. ¿Cuáles son los valores de $P(M)$ y \bar{M} del sist. A después de la separación?

	A	A'	
1	$\square \square \square$	$\square \square \square$	$= \mu_0$
3	$\square \square \square$	$\square \square \square$	$\rightarrow \mu_0$
3	$\square \square \square$	$\square \square \square$	$\rightarrow \mu_0$
	$-3\mu_0$	$4\mu_0$	

$$A \uparrow \mu_0 \quad A' \uparrow 2\mu_0$$

$$a) P_A = \frac{1}{7} + \frac{3}{7} + \frac{3}{7} = 1$$

$$\therefore P_A(M_1) = \frac{1}{7} (-3\mu_0), P_A(M_2) = \frac{6}{7} \mu_0$$

M_1, M_2 config. posibles

$$b) \bar{M} = \sum P_r M_r = \text{Prob. p de que en A } \uparrow \mu_0 \text{ y q no}$$

$$\bar{M} = p(\mu_0) + q(-\mu_0) = \mu_0(p - q)$$

c) Se separan \therefore

$$P_A(M_1) = \frac{1}{8} (-3\mu_0) \quad P_A(M_2) = \frac{1}{8} (3\mu_0)$$

$$P_A(M_3) = \frac{3}{8} (-\mu_0) \quad P_A(M_4) = \frac{3}{8} \mu_0$$

A	
$\square \square \square$	$-3\mu_0$
$\square \square \square$	$+3\mu_0$
$\square \square \square$	$-\mu_0$
$\square \square \square$	$-\mu_0$
$\square \square \square$	$-\mu_0$
$\square \square \square$	μ_0
$\square \square \square$	μ_0
$\square \square \square$	μ_0

$$\bar{M} = p(3\mu_0) + p(\mu_0) + q(-3\mu_0) + q(-\mu_0)$$

$$\bar{M} = \frac{1}{8} (3\mu_0) + \frac{3}{8} (\mu_0) - \frac{1}{8} (3\mu_0) - \frac{3}{8} (\mu_0)$$

$$\bar{M} = 0 \quad \text{Interpretar}$$