1) $\left(P + \frac{2a}{v^3}\right)v = RT \longrightarrow \boxed{P = \frac{RT}{v} - \frac{2a}{v^3}}$

Energía interna u :

De la ecuación de la energía : $\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v - P$

$$= \cancel{\frac{RT}{v}} - \cancel{\frac{RT}{v}} + \frac{2a}{v^3}$$

$\therefore \quad du = \frac{2a}{v^3}\, dv \qquad (a\ T = \text{cte})$

Integrando a T cte : $\quad u = -\frac{a}{v^2} + f(T)$

En el límite $v \to \infty$, el gas tiende al comportamiento de un gas ideal, donde $u = \frac{3}{2}RT + u_0$ (si es monoatómico)

Luego, $f(T) = \frac{3}{2}RT + u_0$.

con lo que : $\quad \boxed{u = -\frac{a}{v^2} + \frac{3}{2}RT + u_0}$

a) En la expansión libre $u_{final} = u_{inicial}$

$$\therefore \quad -\frac{a}{4v_0^2} + \frac{3}{2}RT_f + \cancel{u_0} = -\frac{a}{v_0^2} + \frac{3}{2}RT_0 + \cancel{u_0}$$

de donde $\boxed{T_f = T_0 - \frac{a}{2Rv_0^2}}$

b) De la ecuación $TdS = C_v dT + T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v dv \longrightarrow dS = C_v \frac{dT}{T} + R\frac{dv}{v}$

Luego, para este gas : $\quad s = \frac{3}{2}R\,\mathrm{Ln}\,T + R\,\mathrm{Ln}\,v + \text{cte}.$

y $\quad \Delta s = \frac{3}{2}R\,\mathrm{Ln}\frac{T_f}{T_0} + R\,\mathrm{Ln}\frac{v_f}{v_0}$

$$\therefore \quad \Delta s = \frac{3}{2}R\,\mathrm{Ln}\left(1 - \frac{a}{2RT_0v_0^2}\right) + R\,\mathrm{Ln}\frac{2v_0}{v_0}$$

$$\therefore \quad \boxed{\Delta s = R\,\mathrm{Ln}\,2\left(1 - \frac{a}{2RT_0v_0^2}\right)^{3/2}}$$

2. La probabilidad estadística de la distribución en que $(N-n)$ átomos se encuentren se encuentren en sitios regulares junto a n átomos en sitios intersticiales es:

a) $W = W_{reg} \cdot W_{int.} = \left[\dfrac{N!}{(N-n)!\, n!} \right]^2$ (1)

Luego, $S = k \, Ln\, W$

$$Ln\, W = 2\left[Ln\, N! - Ln(N-n)! - Ln\, n! \right]$$

Tanto N como n son números muy grandes y $N \gg n$

Aplicando Stirling:

$$Ln\, W = 2\left[N\, Ln\, N - \cancel{N} - (N-n)\, Ln(N-n) + (\cancel{N} - \cancel{n}) - n\, Ln\, n + \cancel{n} \right]$$

$$= 2\left[N\, Ln\, N - (N-n)\, Ln\,(N-n) - n\, Ln\, n \right]$$

$$\therefore \boxed{S(n) = 2k\left[N\, Ln\, N - (N-n)\, Ln(N-n) - n\, Ln\, n \right]}$$

b) Considerando como cero la energía de un átomo en una posición regular, entonces $\boxed{U = n\epsilon}$ (2)

y $A(n) = n\epsilon - 2kT\left[N\, Ln\, N - (N-n)\, Ln(N-n) - n\, Ln\, n \right]$

$$\therefore \left(\frac{\partial A(n)}{\partial n} \right)_{T,N} = 0 \rightarrow \epsilon - 2kT\left[Ln(N-n) - Ln\, n \right] = 0 \quad (3)$$

$$\Rightarrow Ln\, \frac{N-n}{n} = \frac{\epsilon}{2kT} \longrightarrow \boxed{T(n) = \frac{\epsilon/2k}{Ln\, \frac{N-n}{n}}} \; (4)$$ Temp. de equilibrio

3.)

$$P = K \exp \frac{A+BT}{C+DT}$$

$$\therefore \frac{dP}{dT} = K \exp\left[\frac{A+BT}{C+DT}\right] \cdot \frac{(C+DT)B-(A+BT)D}{(C+DT)^2} \qquad (1)$$

Ahora, de la ecuación de Clausius-Clapeyron : $\frac{dP}{dT} = \frac{\lambda_{vap}}{T\,\Delta v}$

con $\Delta v = v_{vap} - \cancel{v_{liq}} \simeq v_{vap} = \frac{RT}{P}$

$$\frac{dP}{dT} = \frac{P\cdot\lambda_{vap}}{RT^2} \qquad (2)$$

De (1) y (2) :

$$\lambda_{vap} = \frac{RT^2}{\cancel{P}} \cdot \underbrace{\cancel{K \exp\left[\frac{A+BT}{C+DT}\right]}}_{P} \; \frac{(C+DT)B-(A+BT)D}{(C+DT)^2}$$

$$\therefore \boxed{\lambda_{vap} = RT^2\,\frac{BC-AD}{(C+DT)^2}}$$