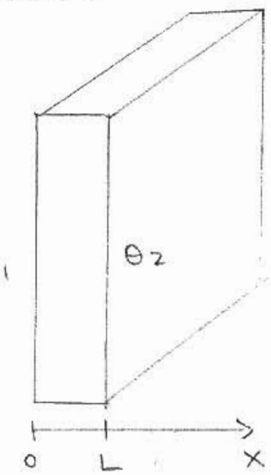
P| (Re) Paso

Encuentre $\overset{\circ}{Q}$ en estado estacionario para los siguientes casos:

(1) Muro




$$\underbrace{\overset{\circ}{Q}}_{cte} = -k A \underbrace{\frac{d\theta}{dx}}_{(\nabla\theta \cdot \hat{x})}$$

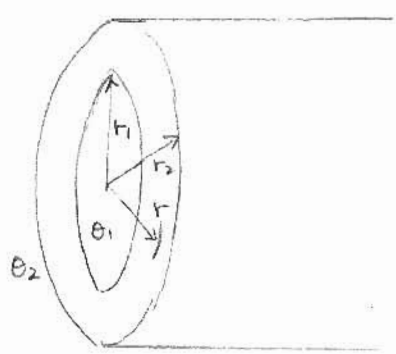
$$\Rightarrow \quad \overset{\circ}{Q}\, dx = -k A\, d\theta \quad / \int$$

la sección tranversal es constante a lo largo de x.

$$\Rightarrow \quad \overset{\circ}{Q} \int_0^L dx = -k A \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\overset{\circ}{Q} = k A \frac{\theta_1 - \theta_2}{L}}$$

(2) Cilindro




$$\underbrace{\overset{\circ}{Q}}_{cte} = -k A \underbrace{\frac{d\theta}{dr}}_{(\nabla\theta \cdot \hat{r})}$$

gradiente en cilíndricas

Ahora A depende de r

$$A = 2\pi r \cdot 1 \quad \text{(por unidad de largo)}$$

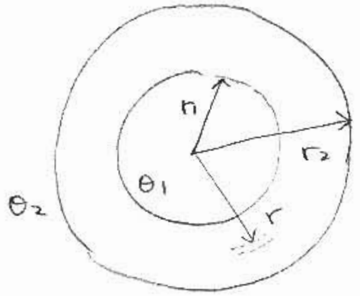
$$\Rightarrow \quad \overset{\circ}{Q} \frac{dr}{r} = -2\pi k\, d\theta \quad / \int$$

$$\Rightarrow \quad \overset{\circ}{Q} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -2\pi k \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta$$

$$\Rightarrow \quad \overset{\circ}{Q} \ln \frac{r_2}{r_1} = -2\pi k (\theta_2 - \theta_1)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\overset{\circ}{Q} = \frac{2\pi k (\theta_2 - \theta_1)}{\ln(r_2/r_1)}}$$

(3) Esfera




$$\underbrace{\dot{Q}}_{cte} = -k\, A \underbrace{\frac{d\theta}{dr}}_{(\nabla\theta \cdot \hat{r})}$$

↳ gradiente en esféricas

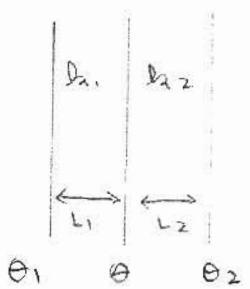
$$A = 4\pi r^2$$

$$\Rightarrow \quad \dot{Q}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = -4\pi k\int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta$$

$$\Rightarrow \quad \dot{Q}\left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_{r_1}^{r_2} = -4\pi k\,(\theta_2-\theta_1)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\dot{Q} = 4\pi k\,\frac{\theta_1-\theta_2}{\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}}}$$

(4)




¿$\theta$?, ¿$k$ equivalente?

de la parte (1)

$$\dot{Q} = -k_1 A\,\frac{\theta-\theta_1}{L_1} = -k_2 A\,\frac{\theta_2-\theta}{L_2} \qquad (*)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\theta = \frac{k_1 L_2\theta_1 + k_2 L_1\theta_2}{k_1 L_2 + k_2 L_1}}$$

Por otra parte, se debe cumplir que $\dot{Q} = -k\,\dfrac{\theta_2-\theta_1}{L_1+L_2}$ $(**)$

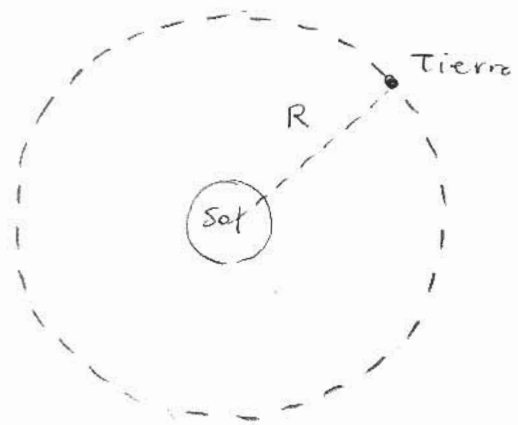
Igualando $(**)$ con $(*)$ se obtiene

$$\boxed{k = \frac{k_1 k_2 (L_1+L_2)}{k_1 L_2 + k_2 L_1}}$$

P] Suponga que la superficie del Sol emite radiación como si fuera un cuerpo negro perfecto. Sabiendo que el radio del Sol es $R_S = 7 \cdot 10^{10}$ [cm], que la distancia entre la Tierra y el Sol es $R = 1,5 \cdot 10^{13}$ [cm], y que la potencia por unidad de área que llega a la superficie de la Tierra es $I = 1,4 \cdot 10^{6}$ [erg/(cm²·s)], estime la temperatura en la superficie del Sol.

Sol: La potencia por unidad de área que llega a la Tierra es I, por lo tanto, la potencia total radiada por el Sol es:

$$\dot{Q} = 4\pi R^2 I \qquad (1)$$




Por otra parte, la potencia radiada por el Sol es

$$\dot{Q} = A \cdot \alpha \cdot \sigma T^4 \quad (2)$$

donde $A$: superficie del Sol $= 4\pi R_S^2$

$\alpha = 1$ (modelo cuerpo negro)

$\sigma = 5,42 \cdot 10^{-5} \left[\frac{erg}{cm^2 \cdot s \cdot K^4}\right]$

$$(1) = (2) \Rightarrow \cancel{4\pi} R^2 \cdot I = \cancel{4\pi} R_S^2 \, \sigma \cdot T^4$$

$$\Rightarrow T^4 = \frac{I}{\sigma} \cdot \left(\frac{R}{R_S}\right)^2$$

Reemplazando valores se tiene

$\boxed{T = 5868 \text{ K}}$ , el valor "real" es $T = 5780$ K