Pauta Ejercicio 7
Gabriel Cuevas
22/10/2006

1. Debemos encontrar la energía cinética (K) y la energía potencial (U) de la partícula. Nos fijaremos como potencial gravitatorio nulo ($U_g = 0$) el centro de la circunferencia y utilizaremos coordenadas polares para realizar el cálculo de la velocidad. Es así como:

$$K = \frac{1}{2}m\left(R\dot{\phi}\right)^2$$

$$U = U_{gravitatorio} + U_{elastico}$$

$$U_g = mgR\cos(\phi)$$

$$U_e = \frac{1}{2}k(\Delta - D)^2$$

Debemos calcular el valor de Δ para tener completamente descrita la expresión anterior. Para esto, utilizando el teorema del coseno se tiene que:

$$\Delta^2 = R^2 + (R+b)^2 - 2R(R+b)\cos(\phi)$$

2. Ahora pasamos a calcular los mínimos y máximos del potencial. Para ello derivamos U e igualamos a cero:

$$\frac{\partial U}{\partial \phi} = -mgR\sin(\phi) + \frac{kR(R+b)\sin(\phi)(\Delta - D)}{\Delta}$$

Es así como se obtienen las siguientes soluciones:

$$\left[-mg + \frac{k(R+b)(\Delta - D)}{\Delta}\right]\sin(\phi) = 0$$

$$\sin(\phi) = 0$$

$$\Rightarrow \phi_1 = 0$$

$$\Rightarrow \phi_2 = \pi$$

ó

$$-mg + \frac{k(R+b)(\Delta - D)}{\Delta} = 0$$

Depejando esta última ecuación se obtiene:

$$\Rightarrow \cos(\phi_3) = \frac{R^2 + (R+b)^2 - \left(\frac{k(R+b)D}{k(R+b)-mg}\right)^2}{2R(R+b)}$$

Para aquí poder verificar si corresponden a mínimos o máximos se debe ocupar el criterio de la segunda derivada. Al realizar esto, nos daríamos cuenta que nos faltan condiciones para poder ver a qué punto corresponde específicamente cada situación. Por lo tanto la resolución de este problema concluye en este punto (al igual que la corrección).