

Algebra de Switching

- Es un sistema algebraico que es utilizado para describir funciones de switching por medio de expresiones de switching
- Análogo a las funciones aritméticas con el álgebra común
- El Álgebra de Switching consiste de un conjunto de dos elementos 0 y 1, y dos operaciones *AND* y *OR* definidas como sigue:

AND	0	1
0	0	0
1	0	1

OR	0	1
0	0	1
1	1	1

Álgebra de Boole (1)

Un Álgebra *Booleana* es un conjunto de elementos B con dos operaciones binarias $(+)$ y (\bullet) , satisfaciendo los siguientes postulados o axiomas:

1. Si $a, b \in B$, entonces:

$$(i) a + b = b + a$$

$$(ii) a \bullet b = b \bullet a$$

esto es, $+$ y \bullet son *Conmutativos*

2. Si $a, b, c \in B$, entonces:

$$(i) a + (b \bullet c) = (a + b) \bullet (a + c)$$

$$(ii) a \bullet (b + c) = (a \bullet b) + (a \bullet c)$$

esto es, $+(\bullet)$ es *Distributiva* sobre $\bullet(+)$

Álgebra de Boole (2)

3. El conjunto B tiene dos *elementos identidad* diferentes, denominados como 0 y 1, de tal manera que para cada elemento en B :

$$(i) a + 0 = 0 + a = a$$

$$(ii) a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

Estos elementos 0 y 1 son el *elemento identidad aditivo* y el *elemento identidad multiplicativo*, respectivamente. No confundir con los enteros 0 y 1

4. Para cada elemento $a \in B$, existe un elemento a' , llamado *complemento*, tal que:

$$(i) a + a' = 1$$

$$(ii) a \cdot a' = 0$$

Teoremas

- *Teorema A.1 (Principio de Dualidad)*

Toda identidad algebraica deducible de los postulados del Algebra de Boole permanecen válidas si:

- Se intercambian las operaciones $(+)$ y (\bullet) , y
- Se intercambian los elementos identidades 0 y 1

- *Teorema A.2*

Todo elemento en B tiene un *único* complemento

- *Teorema A.3*

Para cualquier $a \in B$ se tiene:

$$(1) a + 1 = 1$$

$$(2) a \bullet 0 = 0$$

Teoremas

- *Teorema A.4*

El complemento del elemento 1 es 0 y vice versa:

$$(1) 0' = 1$$

$$(2) 1' = 0$$

- *Teorema A.5 (Ley de Idempotencia)*

Para cualquier $a \in B$ se tiene:

$$(1) a + a = a$$

$$(2) a \cdot a = a$$

- *Teorema A.6 (Ley de Involución)*

Para todo $a \in B$ se tiene:

$$(a')' = a$$

- *Teorema A.7 (Ley de Absorción)*

Para cada par de elementos a y b en B :

$$(1) a + a \cdot b = a$$

$$(2) a \cdot (a + b) = a$$

Teoremas

- *Teorema A.8*

Para cada par de elementos a y b en B :

$$(1) a + a' \cdot b = a + b$$

$$(2) a \cdot (a' + b) = a \cdot b$$

- *Teorema A.9 (Asociatividad)*

En un Álgebra Booleana, cada una de las operaciones $(+)$ y (\cdot) es asociativa. Esto es, para cada $a, b, c \in B$ se tiene:

$$(1) a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$(2) a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

- *Teorema A.10 (Ley de DeMorgan)*

Para cada par de elementos a y b en B :

$$(1) (a + b)' = a' \cdot b'$$

$$(2) (a \cdot b)' = a' + b'$$

- *Teorema A.11 (Generalización Ley de DeMorgan)*

$$(1) (a + b + \dots + c + d)' = a' \cdot b' \dots c' \cdot d'$$

$$(2) (a \cdot b \cdot \dots c \cdot d)' = a' + b' \dots c' + d'$$

- *Teorema A.12*

El Álgebra de Switching es un Álgebra de Boole

Conceptos Básicos

- Formas Canónicas

- Término Producto ----- Minitérmino

- Término Suma ----- Maxitérmino

$$f(x, y, z) = \overline{x}y\overline{z} + \overline{x}y\overline{z} + \overline{x}yz + x\overline{y}\overline{z} + xyz$$

Suma de Productos Canónica o Expresión Normal Disjunta

Productos de Suma Canónica o Expresión Normal Conjuntiva

- Teorema de Shannon

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 \cdot f_1(1, x_2, x_3, \dots, x_n) + x_1' \cdot f_0(0, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

y así sucesivamente para las demás variables

Conceptos Básicos

- **Implicantes**

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ *cubre a* $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ si asume el valor 1 cuando g lo hace

Si f *cubre a* g y g *cubre a* f , entonces f y g son equivalentes

Si f es una función y h un producto de literales y si f *cubre a* h , entonces h *implica a* f o h es un *implicante* de f

Ej. $f = wx + yz$; $h = wxy'$ es un *implicante* de f

Conceptos Básicos

- **Implicantes Primos o Primarios**

Un implicante primo p de una función f es un término producto el cual es cubierto por f de tal manera que al borrar cualquier literal de p resulta un término producto nuevo, no cubierto por f .

Ej. $f = x'y + xz + y'z$; $h = x'y$ es un *implicante primo* de f porque ni x' ni y implican a f independientemente.

- **Implicante Primo Esencial**

Cubre al menos un minitérmino y no es cubierto por ningún otro implicante primo de la función

- **Funciones Parcialmente Especificadas**

$$f(x, y, z) = f(x, y, z) + \phi(x, y, z)$$