

CI71F

**CI71F
MODELACION HIDROLOGICA**

**TEMA 3
ELABORACION DE UN MODELO NUMERICO
PRIMAVERA 2006**



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA CIVIL



CI71M

INTRODUCCION

MAILLA O GRILLA DE DISCRETIZACION

DERIVACION PROBLEMA TIPO

SOLUCION ANALITICA

SOLUCION NUMERICA

IMPLEMENTACION DIFERENCIAS FINITAS

IMPLEMENTACION BALANCE DE MASAS

CONDICIONES DE BORDE

METODOS DE SOLUCION

DIRECTO

INDIRECTO O ITERATIVO

EJEMPLO

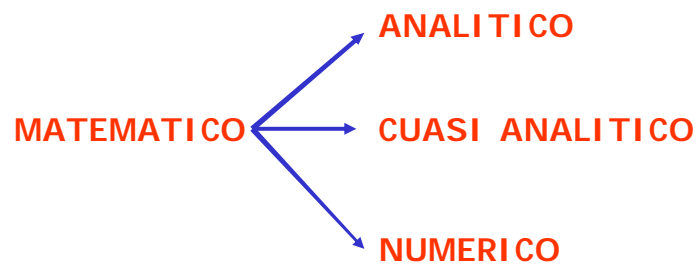


¿QUÉ ES UN MODELO NUMÉRICO?

- Modelo es un herramienta diseñada para representar una versión simplificada de la realidad.
- Modelo Numérico está compuesto de:
 - Modelo matemático (simplificado)
 - Condiciones de borde e iniciales
 - Esquema de discretización (MDF o MEF)
 - Malla o grilla de discretización



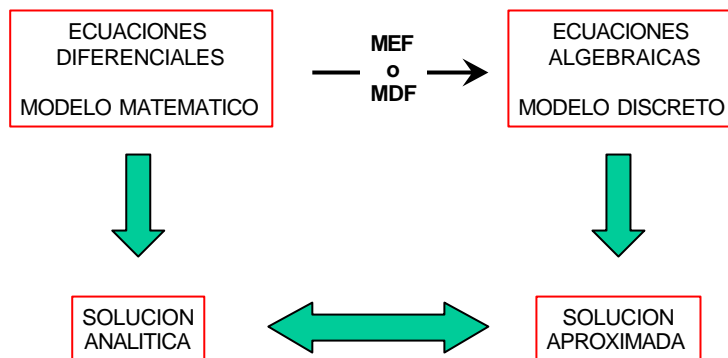
¿QUE ES UN MODELO NUMERICO DE AGUA SUBTERRANEA?



$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$



VALIDACION DEL CODIGO NUMERICO



INTRODUCCION

MAILLA O GRILLA DE DISCRETIZACION

DERIVACION PROBLEMA TIPO

SOLUCION ANALITICA

SOLUCION NUMERICA

IMPLEMENTACION DIFERENCIAS FINITAS

IMPLEMENTACION BALANCE DE MASAS

CONDICIONES DE BORDE

METODOS DE SOLUCION

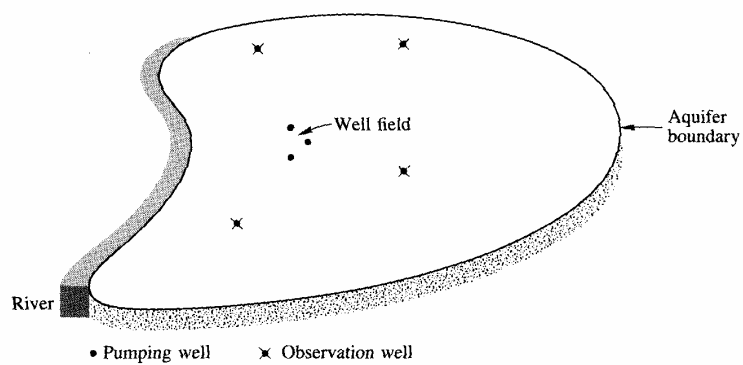
DIRECTO

INDIRECTO O ITERATIVO

EJEMPLO

MALLA DE DISCRETIZACION

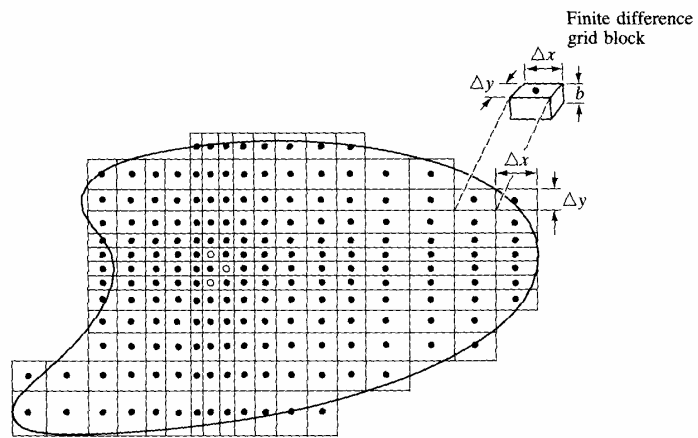
- Es la manera de pasar de la geometría del sistema real a su representación numérica.
- Está formada por nodos (en los cuales se conocen las variables de estado) y elementos (en los cuales se conocen parámetros y propiedades del sistema hidrogeológico).



MODELO CONCEPTUAL



CI71M

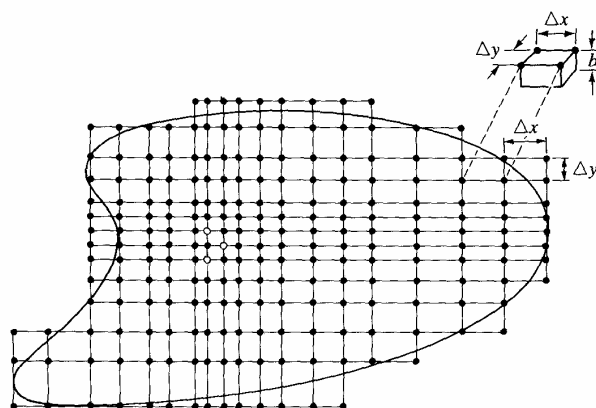


o Source/sink node

MALLA DIFERENCIAS FINITAS CENTRADA EN ELEMENTO



CI71M

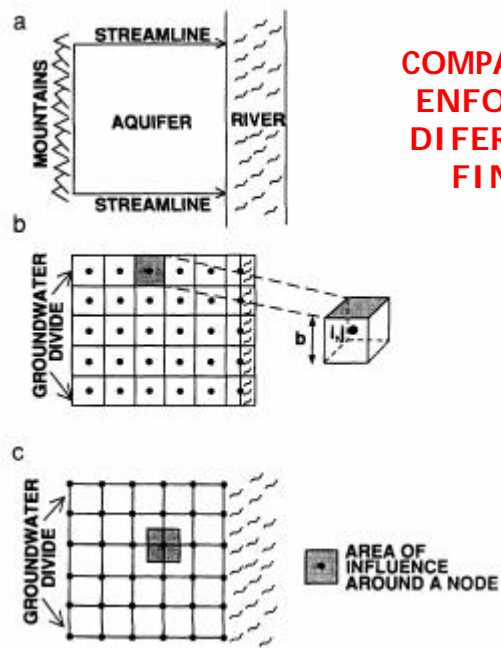


o Source/sink node

MALLA DIFERENCIAS FINITAS CON NODO EN VERTICE

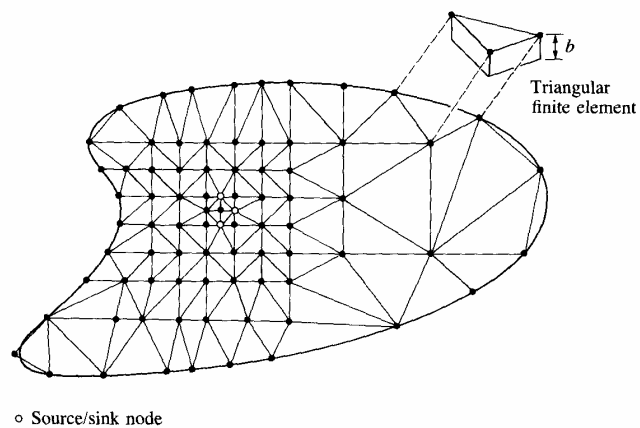


CI71M



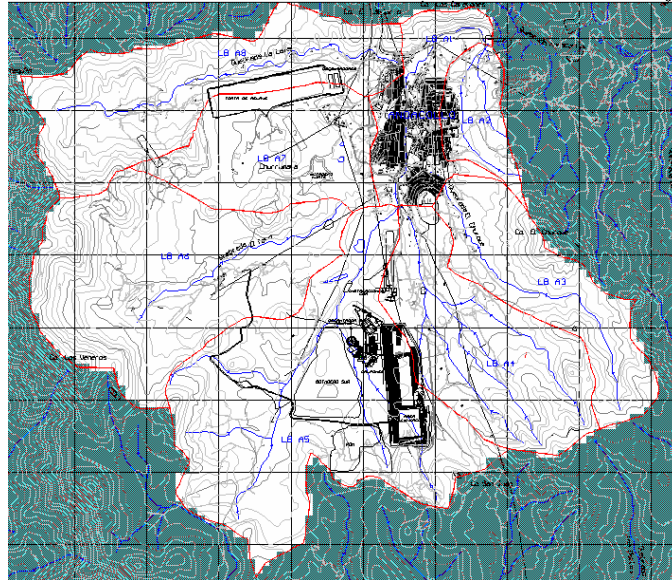
COMPARACION
ENFOQUE DE
DIFERENCIAS
FINITAS

CI71M

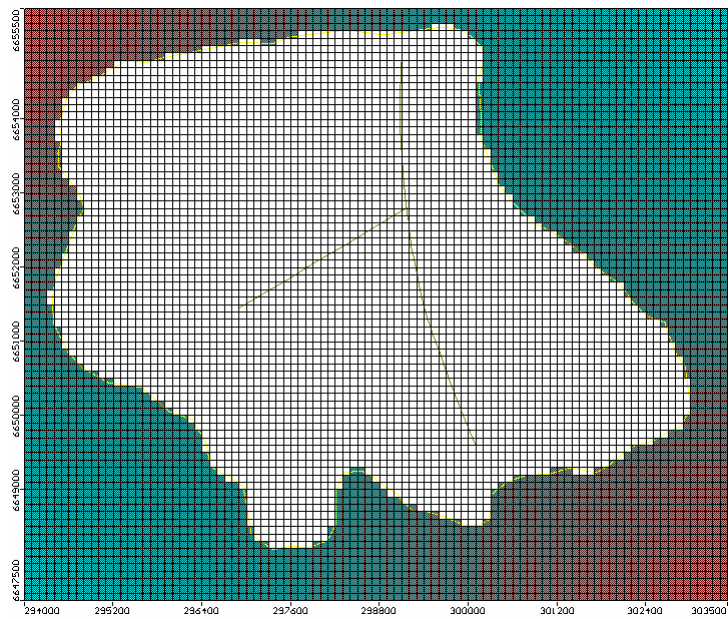


MAILLA ELEMENTOS FINITOS
TRIANGULARES

CI71M

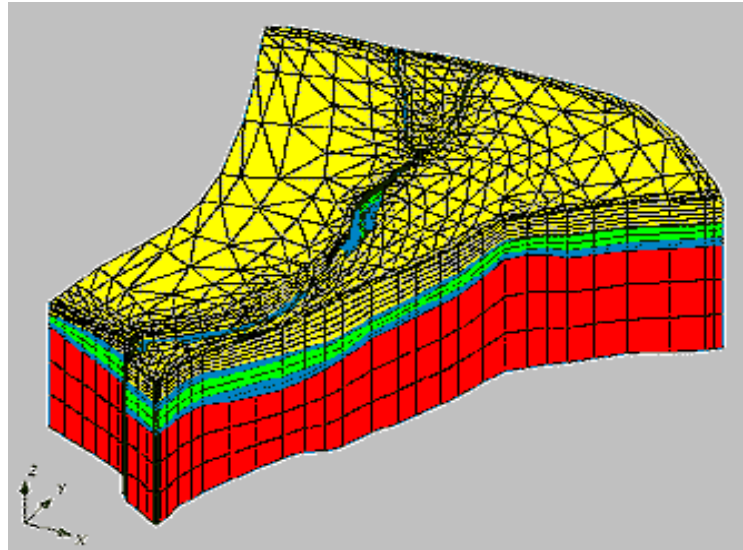


CI71M



CI71M

EF



CI71M

INTRODUCCION

MAILLA O GRILLA DE DISCRETIZACION

DERIVACION PROBLEMA TIPO

SOLUCION ANALITICA

SOLUCION NUMERICA

IMPLEMENTACION DIFERENCIAS FINITAS

IMPLEMENTACION BALANCE DE MASAS

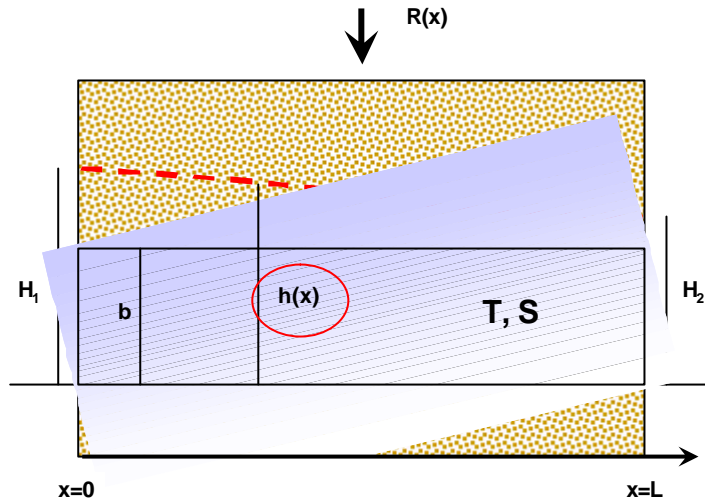
CONDICIONES DE BORDE

METODOS DE SOLUCION

DIRECTO

INDIRECTO O ITERATIVO

EJEMPLO



Utilizando la ley de Darcy podemos desarrollar la ecuación de balance de masas en 1D para escribir:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \cdot b \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) = S \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

En el caso de incorporar una recarga sobre la parte superior del suelo se tiene la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \cdot b \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) = S \cdot \frac{\partial h}{\partial t} - R(x)$$

Si consideramos ahora una situación de régimen permanente se puede escribir:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \cdot b \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) = -R(x)$$

PROBLEMA TIPO

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \cdot b \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) = -R(x)$$

$$h(x=0) = H_1$$

$$h(x=L) = H_2$$

CONDICIONES
DE BORDE



INTRODUCCION

MAILLA O GRILLA DE DISCRETIZACION

DERIVACION PROBLEMA TIPO

SOLUCION ANALITICA

SOLUCION NUMERICA

IMPLEMENTACION DIFERENCIAS FINITAS

IMPLEMENTACION BALANCE DE MASAS

CONDICIONES DE BORDE

METODOS DE SOLUCION

DIRECTO

INDIRECTO O ITERATIVO

EJEMPLO



PROBLEMA TIPO

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \cdot b \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) = -R(x)$$

$$h(x=0) = H_1$$

$$h(x=L) = H_2$$

CONDICIONES
DE BORDE



Si consideramos que la conductividad hidráulica, K_x , el espesor del acuífero, b , y la recarga, R , son constantes en el espacio:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \cdot b \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) = -R$$

$$T = K_x \cdot b$$

Lo que se puede escribir con diferenciales totales como:

$$\frac{d}{dx} \left(T \cdot \frac{dh}{dx} \right) = -R$$

Integrando una vez se tiene:

$$T \cdot \frac{dh}{dx} = -R \cdot x + c_1$$



CI71M

Reordenando se tiene:

$$\frac{dh}{dx} = -\frac{R}{T} \cdot x + c_1$$

Lo que se puede integrar nuevamente para obtener:

$$h(x) = -\frac{R}{T} \cdot \frac{x^2}{2} + c_1 \cdot x + c_2$$

Incorporando las condiciones de borde:

$$h(x=0) = -\frac{R}{T} \cdot \frac{0^2}{2} + c_1 \cdot 0 + c_2 \quad \Rightarrow \quad H_1 = c_2$$

$$h(x=L) = -\frac{R}{T} \cdot \frac{L^2}{2} + c_1 \cdot L + c_2 \quad \Rightarrow \quad H_2 = -\frac{R}{T} \cdot \frac{L^2}{2} + c_1 \cdot L + c_2$$

**CI71M**

Resolviendo para c_1 y c_2 se tiene:

$$c_2 = H_1$$

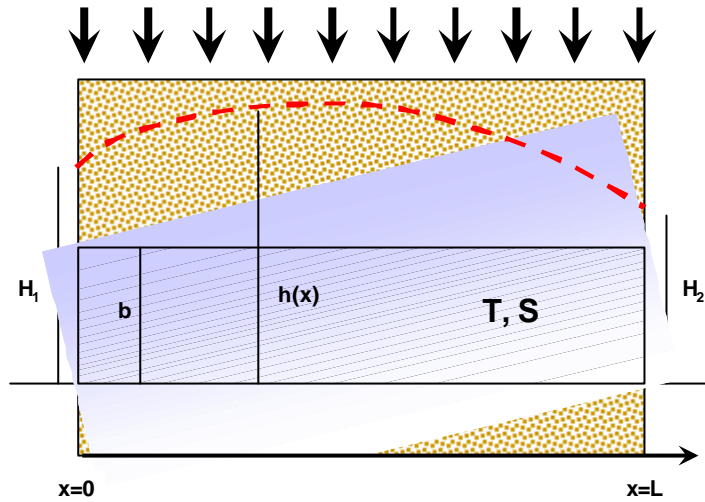
$$c_1 = \frac{H_2 - H_1}{L} + \frac{R \cdot L}{2 \cdot T}$$

Finalmente podemos reemplazar las constantes para obtener:

$$h(x) = -\frac{R}{T} \cdot \frac{x^2}{2} + \left(\frac{H_2 - H_1}{L} + \frac{R \cdot L}{2 \cdot T} \right) \cdot x + H_1$$

$$h(x) = H_1 + \frac{H_2 - H_1}{L} \cdot x + \frac{R}{2 \cdot T} \cdot x \cdot (L - x)$$





$$h(x) = H_1 + \frac{H_2 - H_1}{L} \cdot x + \frac{R}{2 \cdot T} \cdot x \cdot (L - x)$$

INTRODUCCION

MAILLA O GRILLA DE DISCRETIZACION

DERIVACION PROBLEMA TIPO

SOLUCION ANALITICA

SOLUCION NUMERICA

IMPLEMENTACION DIFERENCIAS FINITAS

IMPLEMENTACION BALANCE DE MASAS

CONDICIONES DE BORDE

METODOS DE SOLUCION

DIRECTO

INDIRECTO O ITERATIVO

EJEMPLO

PROBLEMA TIPO

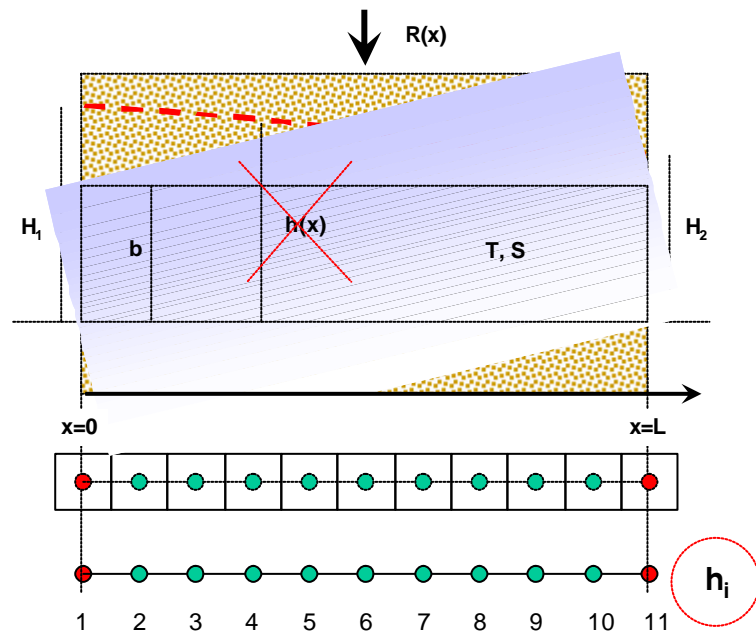
$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) = -R \quad \rightarrow \quad T \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) = -R$$

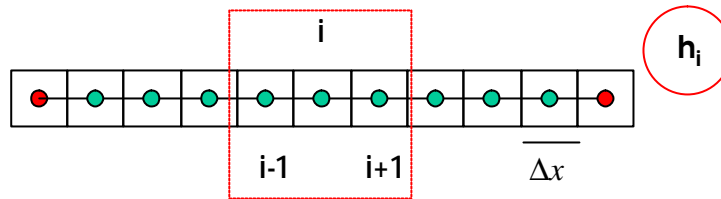
$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = -\frac{R}{T}$$

$$h(x=0) = H_1$$

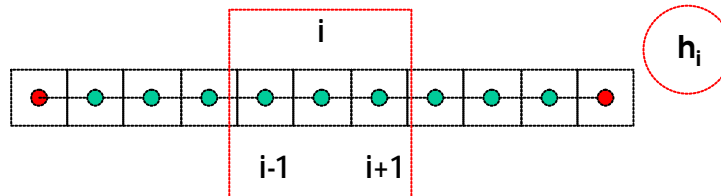
$$h(x=L) = H_2$$

CONDICIONES
DE BORDE





$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_i &\cong \frac{h_{i+1} - h_i}{\Delta x} && \text{Aproximación hacia adelante} \\ \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_i &\cong \frac{h_i - h_{i-1}}{\Delta x} && \text{Aproximación hacia atrás} \\ \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_i &\cong \frac{h_{i+1} - h_{i-1}}{2 \cdot \Delta x} && \text{Aproximación central} \end{aligned} \right\}$$



$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \Big|_i = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) \Big|_i \cong \frac{\frac{\partial h}{\partial x} \Big|_i - \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{i-1}}{\Delta x} = \frac{\left(\frac{h_{i+1} - h_i}{\Delta x} \right) - \left(\frac{h_i - h_{i-1}}{\Delta x} \right)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \Big|_i = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) \Big|_i \cong \frac{h_{i-1} - 2 \cdot h_i + h_{i+1}}{\Delta x^2}$$

PROBLEMA TIPO

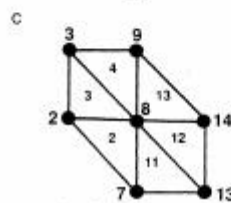
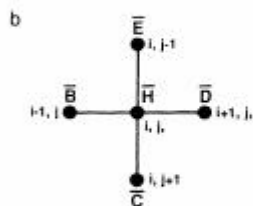
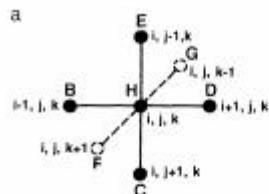
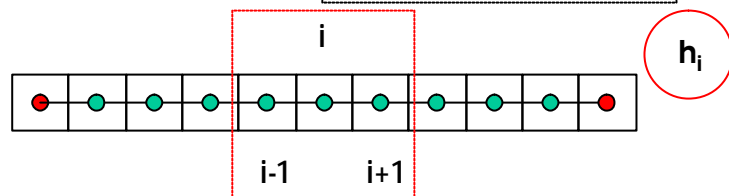
$$T \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = -R$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = -\frac{R}{T}$$



$$\frac{h_{i-1} - 2 \cdot h_i + h_{i+1}}{\Delta x^2} \cong -\frac{R}{T}$$

$$h_{i-1} - 2 \cdot h_i + h_{i+1} \cong -\frac{R}{T} \cdot \Delta x^2$$



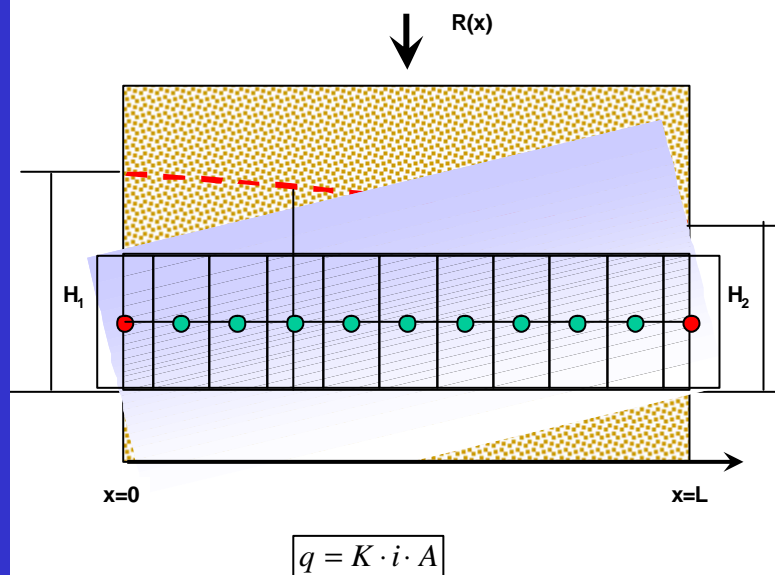
**CELULAS DE
DIFERENCIAS
FINITAS**

CI71M

INTRODUCCION
MALLA O GRILLA DE DISCRETIZACION
DERIVACION PROBLEMA TIPO
SOLUCION ANALITICA
SOLUCION NUMERICA
IMPLEMENTACION DIFERENCIAS FINITAS
IMPLEMENTACION BALANCE DE MASAS
CONDICIONES DE BORDE
METODOS DE SOLUCION
DIRECTO
INDIRECTO O ITERATIVO
EJEMPLO

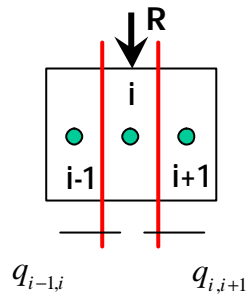


CI71M



CI71M

Utilizar Ley de Darcy. para calcular caudales de agua subterránea entre un elemento y el siguiente:



$$q = K \cdot i \cdot A$$

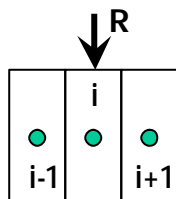
$$q_{i-1,i} = K_{i-1,i} \cdot \frac{h_{i-1} - h_i}{\Delta x} \cdot b \cdot 1$$

$$q_{i,i+1} = K_{i,i+1} \cdot \frac{h_i - h_{i+1}}{\Delta x} \cdot b \cdot 1$$

$$q_R = R \cdot \Delta x \cdot 1$$

CI71M

Un balance de masas sobre el elemento i nos entrega la siguiente expresión:



$$q_{i-1,i} + q_R = q_{i,i+1}$$

$$K_{i-1,i} \cdot \frac{h_{i-1} - h_i}{\Delta x} \cdot b \cdot 1 + R \cdot \Delta x = K_{i,i+1} \cdot \frac{h_i - h_{i+1}}{\Delta x} \cdot b \cdot 1$$

Luego se define la conductancia C como:

$$C = K \cdot \frac{b \cdot 1}{\Delta x}$$

CI71M

La expresión del balance de masas sobre el elemento i se puede escribir reducida como:

$$K_{i-1,i} \cdot \frac{h_{i-1} - h_i}{\Delta x} \cdot b \cdot 1 + R \cdot \Delta x = K_{i,i+1} \cdot \frac{h_i - h_{i+1}}{\Delta x} \cdot b \cdot 1$$

$$C_{i-1,i} \cdot (h_{i-1} - h_i) + R \cdot \Delta x = C_{i,i+1} \cdot (h_i - h_{i+1})$$

Lo cual se resume como:

$$C_{i-1,i} \cdot h_{i-1} + (C_{i-1,i} + C_{i,i+1}) \cdot h_i + C_{i,i+1} \cdot h_{i+1} = -R \cdot \Delta x$$

Si el medio poroso es homogéneo:

$$C_{i-1,i} = C_{i,i+1} = K \cdot \frac{b \cdot 1}{\Delta x} = \frac{T}{\Delta x}$$



CI71M

La última expresión permite escribir la ecuación de balance como:

$$C_{i-1,i} \cdot h_{i-1} + (C_{i-1,i} + C_{i,i+1}) \cdot h_i + C_{i,i+1} \cdot h_{i+1} = -R \cdot \Delta x$$

$$\frac{T}{\Delta x} \cdot h_{i-1} + \left(\frac{T}{\Delta x} + \frac{T}{\Delta x} \right) \cdot h_i + \frac{T}{\Delta x} \cdot h_{i+1} = -R \cdot \Delta x$$

Lo cual se resume finalmente como:

$$h_{i-1} - 2 \cdot h_i + h_{i+1} \cong -\frac{R}{T} \cdot \Delta x^2$$

Que es igual a la expresión derivada anteriormente.



- INTRODUCCION
- MACLA O GRILLA DE DISCRETIZACION
- DERIVACION PROBLEMA TIPO
- SOLUCION ANALITICA
- SOLUCION NUMERICA**
 - IMPLEMENTACION DIFERENCIAS FINITAS
 - IMPLEMENTACION BALANCE DE MASAS
 - CONDICIONES DE BORDE**
- METODOS DE SOLUCION
 - DIRECTO
 - INDIRECTO O ITERATIVO
- EJEMPLO



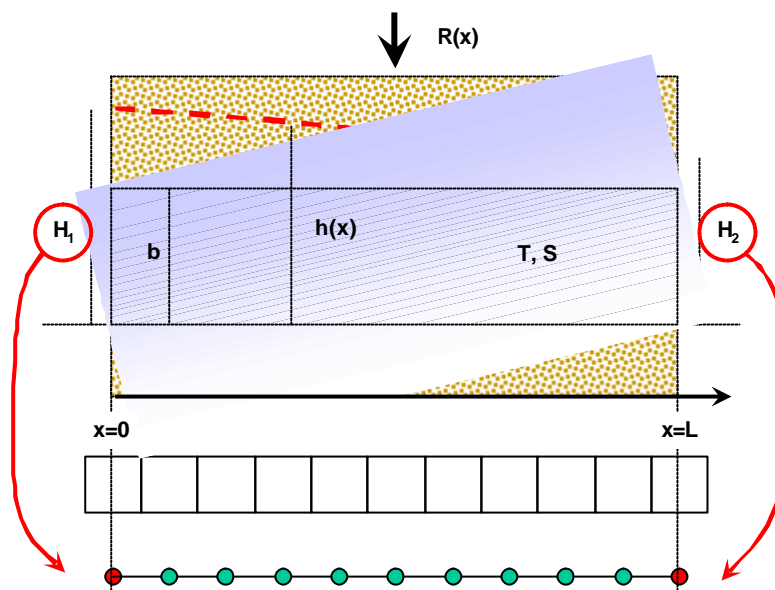
DIRICHLET

Condición de borde de primer tipo. Corresponde al valor de la variable de estado que es conocida en algún sector de la zona modelada. Esto se traduce como nudos de la malla con información conocida.

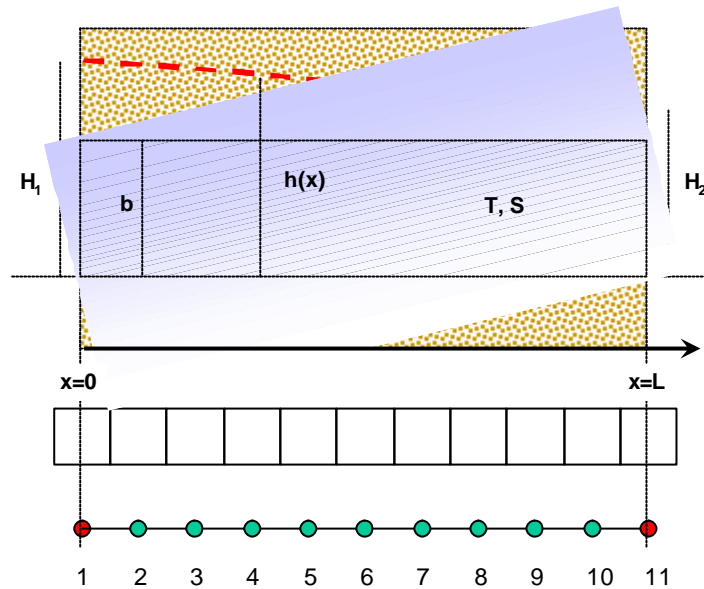
$$h(x = x_0) = h_0$$

$$h_i = h_0$$





INTRODUCCION
MAILLA O GRILLA DE DISCRETIZACION
DERIVACION PROBLEMA TIPO
SOLUCION ANALITICA
SOLUCION NUMERICA
 IMPLEMENTACION DIFERENCIAS FINITAS
 IMPLEMENTACION BALANCE DE MASAS
 CONDICIONES DE BORDE
METODOS DE SOLUCION
 DIRECTO
 INDIRECTO O ITERATIVO
EJEMPLO



PROBLEMA TIPO

$$T \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = -R$$

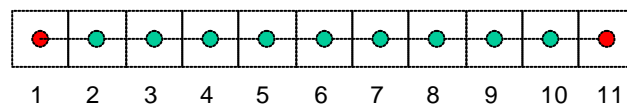
$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = -\frac{R}{T}$$



$$\frac{h_{i-1} - 2 \cdot h_i + h_{i+1}}{\Delta x^2} \cong -\frac{R}{T}$$

$$h_{i-1} - 2 \cdot h_i + h_{i+1} \cong -\frac{R}{T} \cdot \Delta x^2$$

Nodo i



h_i

MODELO NUMERICO

Existen dos formas de resolver este problema (es decir determinar el valor de h_i para i desde 1 hasta 11).

ENFOQUE DIRECTO

Construir un sistema de ecuaciones utilizando la aproximación escrita anteriormente.

ENFOQUE INDIRECTO O ITERATIVO

Utilizar la aproximación anterior para desarrollar un esquema de cálculo iterativo.



ENFOQUE DIRECTO:

Para nudos 2 al 10 se tiene:

$$2 \quad h_1 - 2 \cdot h_2 + h_3 \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$$

$$3 \quad h_2 - 2 \cdot h_3 + h_4 \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$$

$$4 \quad h_3 - 2 \cdot h_4 + h_5 \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$$

$$5 \quad h_4 - 2 \cdot h_5 + h_6 \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$$

$$6 \quad h_5 - 2 \cdot h_6 + h_7 \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$$

$$7 \quad h_6 - 2 \cdot h_7 + h_8 \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$$

$$8 \quad h_7 - 2 \cdot h_8 + h_9 \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$$

$$9 \quad h_8 - 2 \cdot h_9 + h_{10} \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$$

$$10 \quad h_9 - 2 \cdot h_{10} + h_{11} \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$$

$$h_{i-1} - 2 \cdot h_i + h_{i+1} \cong -\frac{R}{T} \cdot \Delta x^2$$



ENFOQUE DIRECTO:

Para nudos 1 y 11 se tiene:

1 $h_1 = H_1$

2 $h_1 - 2 \cdot h_2 + h_3 \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$

3 $h_2 - 2 \cdot h_3 + h_4 \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$

4 $h_3 - 2 \cdot h_4 + h_5 \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$

5 $h_4 - 2 \cdot h_5 + h_6 \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$

6 $h_5 - 2 \cdot h_6 + h_7 \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$

7 $h_6 - 2 \cdot h_7 + h_8 \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$

8 $h_7 - 2 \cdot h_8 + h_9 \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$

9 $h_8 - 2 \cdot h_9 + h_{10} \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$

10 $h_9 - 2 \cdot h_{10} + h_{11} \cong -R \cdot \Delta x^2 / T$

11 $h_{11} = H_2$

$h_1 = H_1$

$h_{11} = H_2$



ENFOQUE DIRECTO:

Al combinar todas las ecuaciones se tiene:

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \cdot
 \begin{bmatrix}
 h_1 \\
 h_2 \\
 h_3 \\
 h_4 \\
 h_5 \\
 h_6 \\
 h_7 \\
 h_8 \\
 h_9 \\
 h_{10} \\
 h_{11}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 H_1 \\
 -R \cdot \Delta x^2 / T \\
 -R \cdot \Delta x^2 / T \\
 -R \cdot \Delta x^2 / T \\
 -R \cdot \Delta x^2 / T \\
 -R \cdot \Delta x^2 / T \\
 -R \cdot \Delta x^2 / T \\
 -R \cdot \Delta x^2 / T \\
 -R \cdot \Delta x^2 / T \\
 -R \cdot \Delta x^2 / T \\
 H_2
 \end{bmatrix}$$

Al resolver se obtiene una solución para {h}.



ENFOQUE DIRECTO:

Al combinar los N nudos y escribir el problema en términos o forma matricial se tendrá un sistema del tipo:

$$[A] \cdot \{h\} = \{b\}$$

Si se invierte la matriz A se obtiene una solución para la variable de estado h:

$$\{h\} = [A]^{-1} \cdot \{b\}$$

**ENFOQUE DIRECTO:**

La inversión de la matriz A no es una tarea simple. Afortunadamente en este tipo de problemas la matriz tiene algunas características que la hacen más fácil de invertir: definida positiva y simétrica.

METODOS DE INVERSION DIRECTA:

- Inversión Gaussiana
- Algoritmo de Thomas

METODOS DE INVERSION ITERATIVOS:

- Strongly Implicit Procedure Package (SIP)
- Slice-Successive Overrelaxation Package (SOR)
- Preconditioned Conjugate Gradient (PCG)



CI71M

ENFOQUE DIRECTO:

Comparación de tiempos de ejecución de problemas tipo utilizando dos métodos tradicionales: cálculo directo (DE4) y con preconditionamiento (PCG2).

	PROBLEMA	ESTRATOS, FILAS Y COLUMNAS	TIEMPO (seg)	
			DE4	PCG2
A	Estado Estacionario, Lineal	2, 20, 30	2.3	2.3
B	Estado Estacionario, No lineal	2, 20, 30	8.2	8.2
C	Transiente, Lineal, Paso de tiempo constante	2, 20, 30	6.9	6.9
D	Transiente, No lineal	2, 20, 30	61.0	30.4
E	Estado Estacionario, Lineal	4, 40, 60	226.5	49.2

WorkStation

CI71M

ENFOQUE DIRECTO:

Comparación de tiempos de ejecución de problemas tipo utilizando dos métodos tradicionales: cálculo directo (DE4) y con preconditionamiento (PCG2).

	PROBLEMA	ESTRATOS, FILAS Y COLUMNAS	TIEMPO (seg)	
			DE4	PCG2
A	Estado Estacionario, Lineal	2, 20, 30	1.66	1.43
B	Estado Estacionario, No lineal	2, 20, 30	3.54	1.93
C	Transiente, Lineal, Paso de tiempo constante	2, 20, 30	13.05	4.14
D	Transiente, No lineal	2, 20, 30	21.11	7.15
E	Estado Estacionario, Lineal	4, 40, 60	136.79	9.53

PC

INTRODUCCION**MAILLA O GRILLA DE DISCRETIZACION****DERIVACION PROBLEMA TIPO****SOLUCION ANALITICA****SOLUCION NUMERICA**

IMPLEMENTACION DIFERENCIAS FINITAS

IMPLEMENTACION BALANCE DE MASAS

CONDICIONES DE BORDE

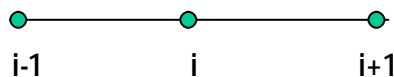
METODOS DE SOLUCION

DIRECTO

INDIRECTO O ITERATIVO**EJEMPLO****ENFOQUE INDIRECTO O ITERATIVO:**

Se toma la expresión general para generar un algoritmo de convergencia.

$$h_{i-1} - 2 \cdot h_i + h_{i+1} = -\frac{R}{T} \cdot \Delta x^2$$



$$h_i = \frac{1}{2} \cdot (h_{i-1} + h_{i+1}) + \frac{R \cdot \Delta x^2}{2 \cdot T}$$



ENFOQUE INDIRECTO O ITERATIVO:

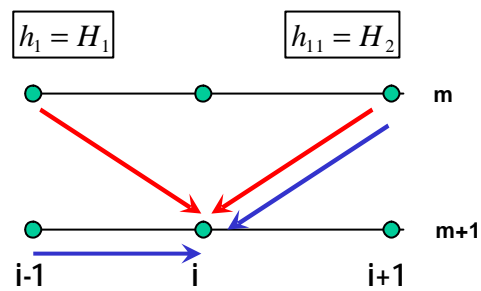
JACOBI

$$h_i^{m+1} = \frac{1}{2} \cdot (h_{i-1}^m + h_{i+1}^m) + \frac{R \cdot \Delta x^2}{2 \cdot T}$$

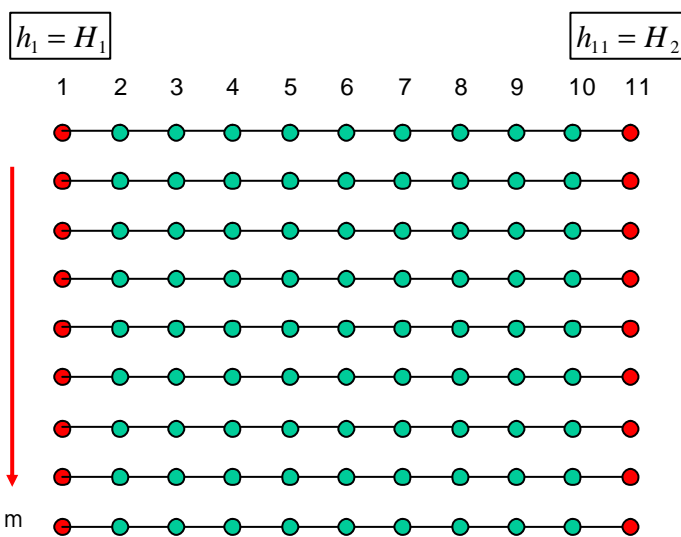
GAUSS-SEIDEL

$$h_i^{m+1} = \frac{1}{2} \cdot (h_{i-1}^{m+1} + h_{i+1}^m) + \frac{R \cdot \Delta x^2}{2 \cdot T}$$

$$h_i^0 = 0 \quad \forall i$$



ENFOQUE INDIRECTO O ITERATIVO:



CI71M

ENFOQUE INDIRECTO O ITERATIVO:

ITER	NUDOS										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	20.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	20.0
1	20.0	10.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	10.1	20.0
2	20.0	10.2	5.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	5.2	10.2	20.0
3	20.0	12.7	5.3	2.8	0.3	0.3	0.3	2.8	5.3	12.7	20.0
4	20.0	12.7	7.9	2.9	1.7	0.4	1.7	2.9	7.9	12.7	20.0
5	20.0	14.0	7.9	4.9	1.7	1.8	1.7	4.9	7.9	14.0	20.0
6	20.0	14.1	9.5	4.9	3.4	1.8	3.4	4.9	9.5	14.1	20.0
7	20.0	14.9	9.6	6.6	3.5	3.5	3.5	6.6	9.6	14.9	20.0
8	20.0	14.9	10.8	6.6	5.1	3.6	5.1	6.6	10.8	14.9	20.0
9	20.0	15.5	10.9	8.1	5.2	5.2	5.2	8.1	10.9	15.5	20.0
10	20.0	15.5	11.9	8.1	6.8	5.3	6.8	8.1	11.9	15.5	20.0
11	20.0	16.0	11.9	9.4	6.8	6.9	6.8	9.4	11.9	16.0	20.0
12	20.0	16.1	12.8	9.5	8.2	6.9	8.2	9.5	12.8	16.1	20.0
13	20.0	16.5	12.9	10.6	8.3	8.3	8.3	10.6	12.9	16.5	20.0
14	20.0	16.5	13.7	10.7	9.6	8.4	9.6	10.7	13.7	16.5	20.0
15	20.0	16.9	13.7	11.7	9.6	9.7	9.6	11.7	13.7	16.9	20.0
16	20.0	17.0	14.4	11.8	10.8	9.7	10.8	11.8	14.4	17.0	20.0
17	20.0	17.3	14.5	12.7	10.9	10.9	10.9	12.7	14.5	17.3	20.0
18	20.0	17.3	15.1	12.8	11.9	11.0	11.9	12.8	15.1	17.3	20.0
19	20.0	17.7	15.2	13.6	12.0	12.0	12.0	13.6	15.2	17.7	20.0
20	20.0	17.7	15.7	13.7	12.9	12.1	12.9	13.7	15.7	17.7	20.0

CI71M

INTRODUCCION

MALLA O GRILLA DE DISCRETIZACION

DERIVACION PROBLEMA TIPO

SOLUCION ANALITICA

SOLUCION NUMERICA

IMPLEMENTACION DIFERENCIAS FINITAS

IMPLEMENTACION BALANCE DE MASAS

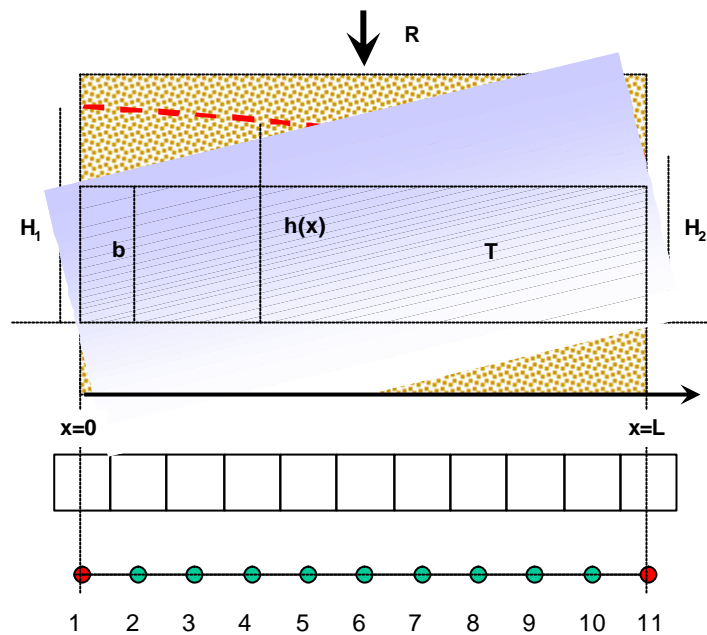
CONDICIONES DE BORDE

METODOS DE SOLUCION

DIRECTO

INDIRECTO O ITERATIVO

EJEMPLO



NUDOS 2 A 10

JACOBI

$$h_i^{m+1} = \frac{1}{2} \cdot (h_{i-1}^m + h_{i+1}^m) + \frac{R \cdot \Delta x^2}{2 \cdot T}$$

GAUSS-SEIDEL

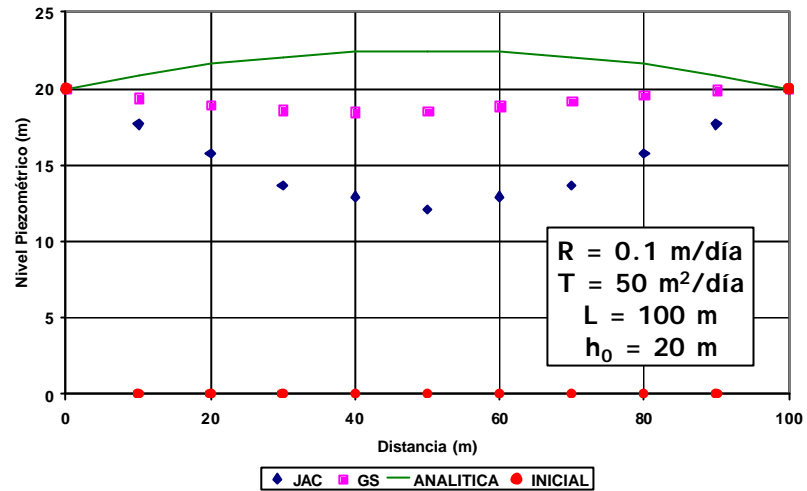
$$h_i^{m+1} = \frac{1}{2} \cdot (h_{i-1}^{m+1} + h_{i+1}^m) + \frac{R \cdot \Delta x^2}{2 \cdot T}$$

NUDOS 1 Y 11

$$h_1 = H_1$$

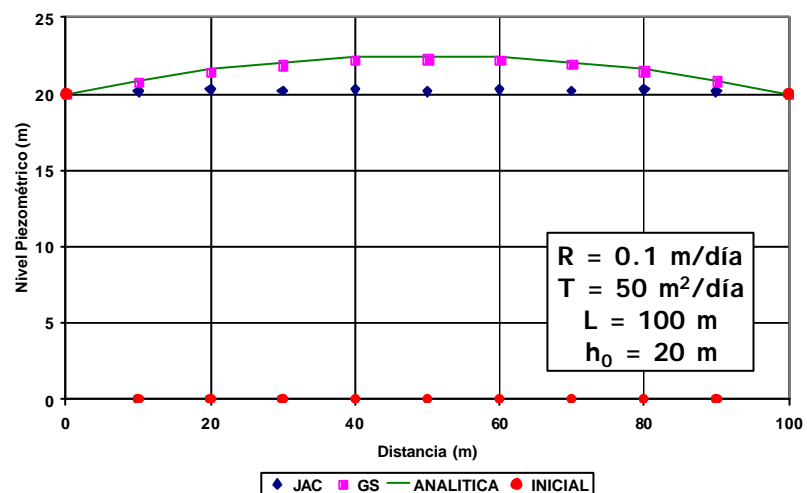
$$h_{11} = H_2$$

CI71M



$$h(x) = H_1 + \frac{H_2 - H_1}{L} \cdot x + \frac{R}{2 \cdot T} \cdot x \cdot (L - x)$$

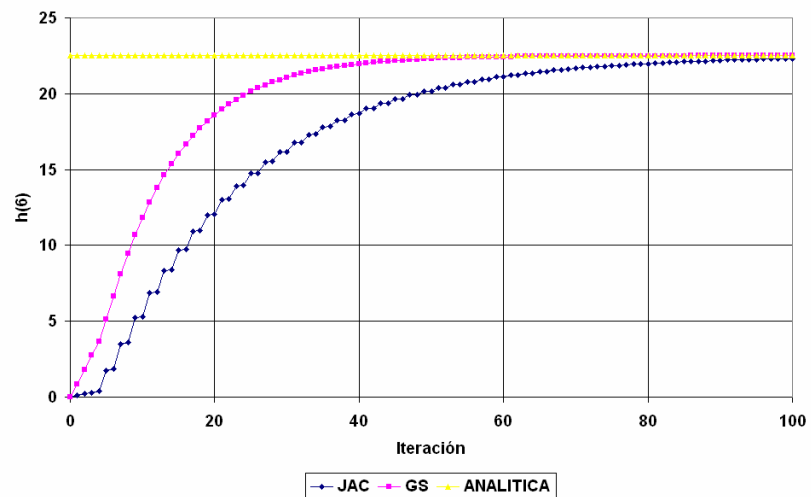
CI71M



$$h(x) = H_1 + \frac{H_2 - H_1}{L} \cdot x + \frac{R}{2 \cdot T} \cdot x \cdot (L - x)$$

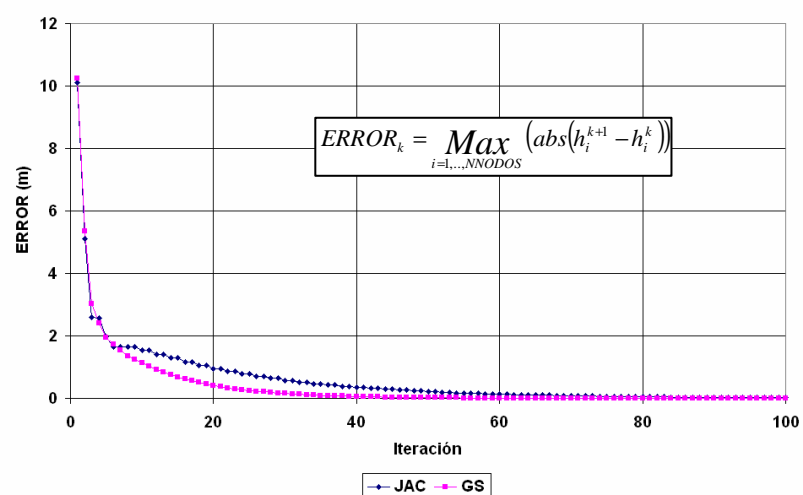
CI71M

COMPARACION METODOS DE SOLUCION:



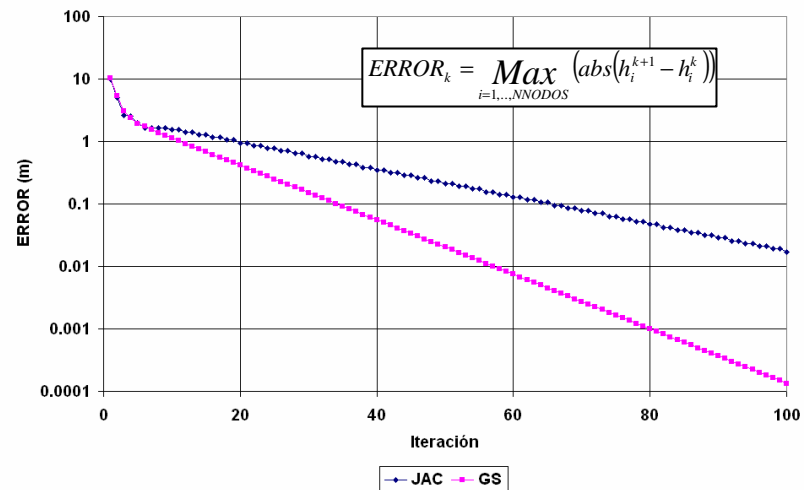
CI71M

COMPARACION METODOS DE SOLUCION:



CI71M

COMPARACION METODOS DE SOLUCION:



CI71F

CI71F MODELACION HIDROLOGICA

TEMA 3 ELABORACION DE UN MODELO NUMERICO PRIMAVERA 2006



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

