

Ejercicio 8

CI42G Dinámica de Estructuras

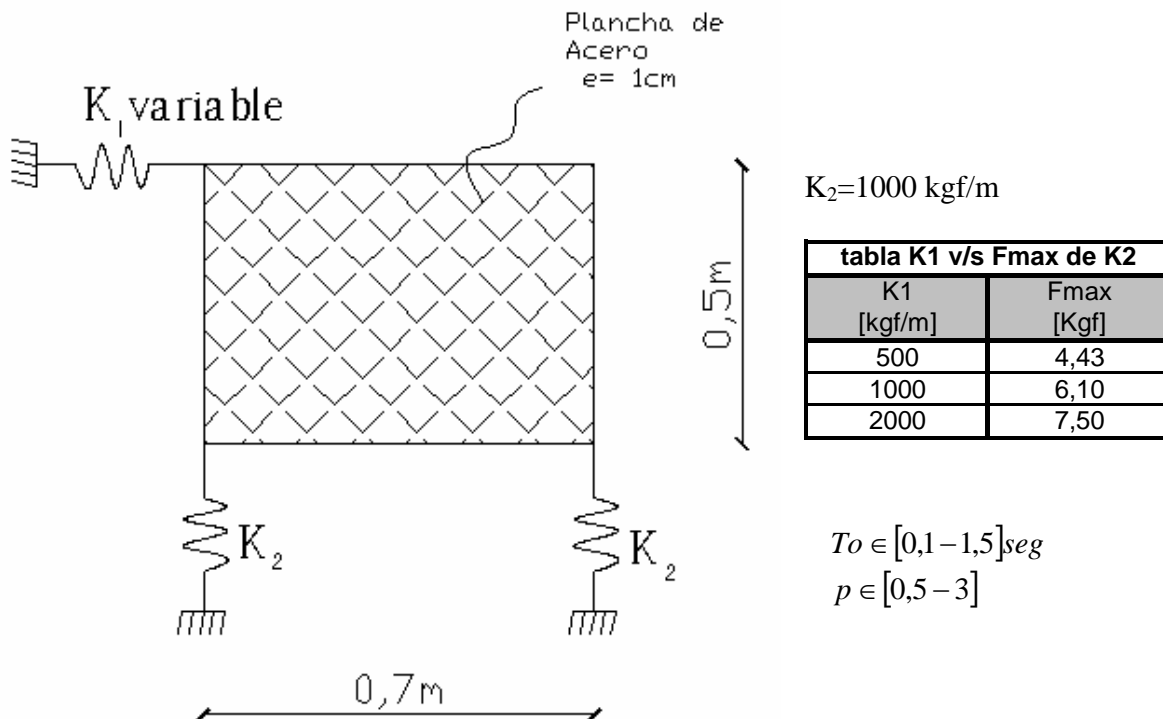
Prof: Rubén Boroschek Krauskopf.
Aux: Francisco Hernández Prado.

Viernes 10 de Noviembre de 2006

P1. En el sur de Chile, existen 3 estructuras como las que muestra la figura, estas estructuras poseen un sensor de fuerzas en los resortes verticales (K_2), la diferencia entre cada una de éstas, es que poseen un resorte horizontal distinto (K_1). Durante el terremoto de 1960 (Valdivia $M_w = 9,5$) fue posible determinar la máxima fuerza de los resortes verticales en cada una de las estructuras, cuyos resultados se muestran en la tabla. A partir de estos resultados y considerando que el espectro de aceleraciones es de la forma:

$$S_a(T) := 0,3 \cdot g \cdot \frac{1 + 4,5 \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)^p}{1 + \left(\frac{T}{T_0}\right)^3} \quad (\text{NCh. 433 Of. 1996})$$

Determine el espectro del sismo, dibujar, ¿Cuánto vale T_0 (período natural del suelo) y p (asociado al amortiguamiento del espectro o al amortiguamiento del suelo)?; Considere sismo horizontal. Utilice combinación SSRS (Raíz Media cuadrática).



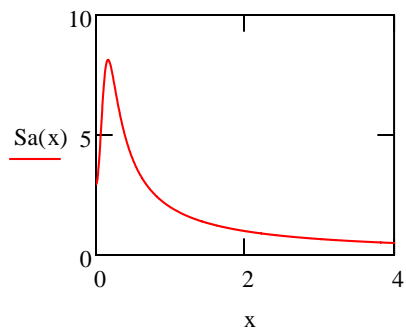
Pauta Ejercicio 8

ORIGIN \equiv 1

$$a := 0.5 \quad b := 0.7 \quad \gamma := 7850 \quad \underline{\gamma} := \gamma \cdot \frac{0.01}{9.8} \quad \gamma = 8.01$$

$$T_o := 0.15 \quad p := 2$$

$$Sa(T) := 0.3 \cdot 9.8 \cdot \frac{1 + 4.5 \cdot \left(\frac{T}{T_o}\right)^p}{1 + \left(\frac{T}{T_o}\right)^3}$$



$$K2 := 1000 \quad \underline{K1} := 500$$

$$M := \begin{bmatrix} \gamma \cdot a \cdot b & 0 & 0 \\ 0 & \gamma \cdot a \cdot b & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\gamma \cdot a \cdot b \cdot (a^2 + b^2)}{12} \end{bmatrix} \quad \underline{K} := \begin{pmatrix} K1 & 0 & -K1 \cdot \frac{a}{2} \\ 0 & 2 \cdot K2 & 0 \\ -K1 \cdot \frac{a}{2} & 0 & \frac{a^2 \cdot K1}{4} + \frac{b^2 \cdot K2}{2} \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 2.804 & 0 & 0 \\ 0 & 2.804 & 0 \\ 0 & 0 & 0.173 \end{pmatrix} \quad K = \begin{pmatrix} 500 & 0 & -125 \\ 0 & 2000 & 0 \\ -125 & 0 & 276.25 \end{pmatrix}$$

$$w2 := \text{eigenvals}(M^{-1} \cdot K) \quad w2 = \begin{pmatrix} 155.987 \\ 1.62 \times 10^3 \\ 713.376 \end{pmatrix} \quad \underline{\Phi} := \text{eigenvecs}(M^{-1} \cdot K)$$

$$w := \sqrt{w2} \quad w = \begin{pmatrix} 12.489 \\ 40.252 \\ 26.709 \end{pmatrix} \quad \Phi = \begin{pmatrix} -0.894 & 0.031 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.448 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T_n := \frac{2 \cdot \pi}{w} \quad T_n = \begin{pmatrix} 0.503 \\ 0.156 \\ 0.235 \end{pmatrix}$$

$$r := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad L_m := \Phi^T \cdot M \cdot r \quad L_m = \begin{pmatrix} -2.506 \\ 0.087 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{modo 3 no actua ante esta carga}$$

$$M_m := \Phi^T \cdot M \cdot \Phi \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad M_m = \begin{pmatrix} 2.275 \\ 0.175 \\ 2.804 \end{pmatrix}$$

$$i := 1 \dots 3$$

$$Y_{m_i} := \frac{L_{m_i}}{M_{m_i} \cdot (w_i)^2} \cdot \text{Sa}(T_{n_i}) \quad Y_m = \begin{pmatrix} -0.028 \\ 2.475 \times 10^{-3} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{coeff}_i := \frac{L_{m_i}}{M_{m_i} \cdot (w_i)^2} \quad \text{coeff} = \begin{pmatrix} -7.062 \times 10^{-3} \\ 3.049 \times 10^{-4} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$v1_i := \Phi_{i,1} \cdot Y_{m_1} \quad v1 = \begin{pmatrix} 0.025 \\ 0 \\ 0.012 \end{pmatrix} \quad v2_i := \Phi_{i,2} \cdot Y_{m_2} \quad v2 = \begin{pmatrix} 7.651 \times 10^{-5} \\ 0 \\ -2.474 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$v3_i := \Phi_{i,3} \cdot Y_{m_3} \quad v3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$F_{\max} := K2 \cdot \frac{b}{2} \cdot \sqrt{(v1_3)^2 + (v2_3)^2} \quad F_{\max} = 4.427$$

$$\underline{\underline{K2}} := 1000 \quad \underline{\underline{K1}} := 1000$$

$$M := \begin{bmatrix} \gamma \cdot a \cdot b & 0 & 0 \\ 0 & \gamma \cdot a \cdot b & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\gamma \cdot a \cdot b \cdot (a^2 + b^2)}{12} \end{bmatrix} \quad K := \begin{pmatrix} K1 & 0 & -K1 \cdot \frac{a}{2} \\ 0 & 2 \cdot K2 & 0 \\ -K1 \cdot \frac{a}{2} & 0 & \frac{a^2 \cdot K1}{4} + \frac{b^2 \cdot K2}{2} \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 2.804 & 0 & 0 \\ 0 & 2.804 & 0 \\ 0 & 0 & 0.173 \end{pmatrix} \quad K = \begin{pmatrix} 1000 & 0 & -250 \\ 0 & 2000 & 0 \\ -250 & 0 & 307.5 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{w2}} := \text{eigenvals}(M^{-1} \cdot K) \quad w2 = \begin{pmatrix} 271.15 \\ 1.864 \times 10^3 \\ 713.376 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{\Phi}} := \text{eigenvecs}(M^{-1} \cdot K)$$

$$\underline{\underline{w}} := \sqrt{w2} \quad w = \begin{pmatrix} 16.467 \\ 43.176 \\ 26.709 \end{pmatrix} \quad \Phi = \begin{pmatrix} -0.722 & 0.059 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.692 & -0.998 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{Tn}} := \frac{2 \cdot \pi}{w} \quad Tn = \begin{pmatrix} 0.382 \\ 0.146 \\ 0.235 \end{pmatrix}$$

$$r := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{Lm}} := \Phi^T \cdot M \cdot r \quad Lm = \begin{pmatrix} -2.023 \\ 0.166 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{modo 3 no actua ante esta carga}$$

$$\underline{\underline{Mm}} := \Phi^T \cdot M \cdot \Phi \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad Mm = \begin{pmatrix} 1.543 \\ 0.182 \\ 2.804 \end{pmatrix}$$

$$i := 1 \dots 3$$

$$Ym_i := \frac{Lm_i}{Mm_i \cdot (w_i)^2} \cdot Sa(Tn_i) \quad Ym = \begin{pmatrix} -0.025 \\ 3.925 \times 10^{-3} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{coeff}_i := \frac{Lm_i}{Mm_i \cdot (w_i)^2} \quad \text{coeff} = \begin{pmatrix} -4.836 \times 10^{-3} \\ 4.878 \times 10^{-4} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$v1_i := \Phi_{i,1} \cdot Ym_1 \quad v1 = \begin{pmatrix} 0.018 \\ 0 \\ 0.017 \end{pmatrix} \quad v2_i := \Phi_{i,2} \cdot Ym_2 \quad v2 = \begin{pmatrix} 2.317 \times 10^{-4} \\ 0 \\ -3.918 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$v3_i := \Phi_{i,3} \cdot Ym_3 \quad v3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$F_{\text{max}} := K2 \cdot \frac{b}{2} \cdot \sqrt{(v1_3)^2 + (v2_3)^2} \quad F_{\text{max}} = 6.098$$

$$K2 := 1000 \quad K1 := 2000$$

$$M := \begin{bmatrix} \gamma \cdot a \cdot b & 0 & 0 \\ 0 & \gamma \cdot a \cdot b & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\gamma \cdot a \cdot b \cdot (a^2 + b^2)}{12} \end{bmatrix} \quad K := \begin{pmatrix} K1 & 0 & -K1 \cdot \frac{a}{2} \\ 0 & 2 \cdot K2 & 0 \\ -K1 \cdot \frac{a}{2} & 0 & \frac{a^2 \cdot K1}{4} + \frac{b^2 \cdot K2}{2} \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 2.804 & 0 & 0 \\ 0 & 2.804 & 0 \\ 0 & 0 & 0.173 \end{pmatrix} \quad K = \begin{pmatrix} 2000 & 0 & -500 \\ 0 & 2000 & 0 \\ -500 & 0 & 370 \end{pmatrix}$$

$$w2 := \text{eigenvals}(M^{-1} \cdot K) \quad w2 = \begin{pmatrix} 414.483 \\ 2.439 \times 10^3 \\ 713.376 \end{pmatrix} \quad \Phi := \text{eigenvecs}(M^{-1} \cdot K)$$

$$w := \sqrt{w2} \quad w = \begin{pmatrix} 20.359 \\ 49.386 \\ 26.709 \end{pmatrix} \quad \Phi = \begin{pmatrix} -0.512 & 0.103 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.859 & -0.995 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{Tn}} := \frac{2 \cdot \pi}{w} \quad Tn = \begin{pmatrix} 0.309 \\ 0.127 \\ 0.235 \end{pmatrix}$$

$$r := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{Lm}} := \Phi^T \cdot M \cdot r \quad Lm = \begin{pmatrix} -1.437 \\ 0.288 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{modo 3 no actua ante esta carga}$$

$$\underline{\underline{Mm}} := \Phi^T \cdot M \cdot \Phi \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad Mm = \begin{pmatrix} 0.864 \\ 0.201 \\ 2.804 \end{pmatrix}$$

$$i := 1 \dots 3$$

$$Ym_i := \frac{Lm_i}{Mm_i \cdot (w_i)^2} \cdot Sa(Tn_i) \quad Ym = \begin{pmatrix} -0.024 \\ 4.555 \times 10^{-3} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$coeff_i := \frac{Lm_i}{Mm_i \cdot (w_i)^2} \quad coeff = \begin{pmatrix} -4.013 \times 10^{-3} \\ 5.888 \times 10^{-4} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$v1_i := \Phi_{i,1} \cdot Ym_1 \quad v1 = \begin{pmatrix} 0.012 \\ 0 \\ 0.021 \end{pmatrix} \quad v2_i := \Phi_{i,2} \cdot Ym_2 \quad v2 = \begin{pmatrix} 4.683 \times 10^{-4} \\ 0 \\ -4.531 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$v3_i := \Phi_{i,3} \cdot Ym_3 \quad v3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{Fmax}} := K2 \cdot \frac{b}{2} \cdot \sqrt{(v1_3)^2 + (v2_3)^2} \quad Fmax = 7.493$$