

# CI42A: ANALISIS ESTRUCTURAL

Prof.: Ricardo Herrera M.  
Aux.: Ricardo Henoch  
Javier Vargas  
Pedro Soto

## Programa CI42A

| NÚMERO                       | NOMBRE DE LA UNIDAD  | OBJETIVOS   |
|------------------------------|--|---|
| 1                            | Principio de los trabajos virtuales y teoremas de Energía  | Manejar definiciones de trabajo y energía. Calcular desplazamientos en sistemas isostáticos.                        |
| <b>DURACIÓN</b><br>4 semanas |  |   |
| CONTENIDOS                   |  | BIBLIOGRAFÍA  |
| 1.1.                         | Definición de trabajo externo, trabajo externo complementario, energía de deformación complementaria, evaluación de la energía de deformación en un segmento de viga, evaluación del trabajo externo (teorema de Clapeyron). | [Belluzi, Cap. 15, 16]<br>[Gere&Timoshenko, Cap. 10]<br>[Hibbeler, Cap. 8]<br>[Laible, Cap. 7]<br>[Leet, Cap. 8, 9] |
| 1.2.                         | Principio de los trabajos virtuales.   | [Luthe, Cap. 1]   |
| 1.3.                         | Teorema de los trabajos virtuales complementarios.   | [Popov, Cap. 15]  |
| 1.4.                         | Principio de la Energía potencial total estacionaria, determinación de funciones de desplazamientos.   | [Rosenberg, Cap. 2]<br>[Timoshenko, Cap. 10]  |
| 1.5.                         | Teorema de Castigliano I y II.   |   |
| 1.6.                         | Método de la carga unitaria para evaluar desplazamiento ante cargas externas, movimiento de apoyo, cambios de temperatura, errores de fabricación.   |   |
| 1.7.                         | Teorema de Menabrea, análisis de estructuras hiperestáticas.   |   |
| 1.8.                         | Alternativas para elegir los sistemas de fuerzas y desplazamientos, aplicaciones a sistemas con grandes desplazamientos y materiales no lineales.  |   |
| 1.9.                         | Teorema de Betti.  |   |
| 1.10.                        | Teorema de Maxwell, coeficientes de flexibilidad.  |   |

## Programa CI42A

| NÚMERO          | NOMBRE DE LA UNIDAD                                | OBJETIVOS  |
|-----------------|--|--|
| 2               | Indeterminación estática                           | Reconocer cuán hiperestática es una estructura.            |
| <b>DURACIÓN</b> |  |  |
| 2 semanas       |  |  |
| CONTENIDOS      |  | BIBLIOGRAFÍA   |
| 2.1.            | Características de las estructuras hiperestáticas. | [Belluzi, Cap. 20]   |
| 2.2.            | Métodos de análisis: flexibilidad y rigidez.       | [Hidalgo, Cap 5]<br>[Laible, Cap. 2]<br>[Rosenberg, Cap 3] |

| NÚMERO          | NOMBRE DE LA UNIDAD   | OBJETIVOS  |
|-----------------|---|--|
| 3               | Método de Flexibilidad  | Calcular esfuerzos en una estructura hiperestática usando el método de flexibilidad. |
| <b>DURACIÓN</b> |   |  |
| 3 semanas       |   |  |
| CONTENIDOS      |   | BIBLIOGRAFÍA   |
| 3.1.            | Ecuaciones de compatibilidad de desplazamiento, cálculo de los coeficientes de flexibilidad y desplazamientos producto de acciones externas.      | [Belluzi, Cap. 20]<br>[Hibbeler, Cap. 9]<br>[Hidalgo, Cap. 6]                        |
| 3.2.            | Elección de sistema isostático fundamental, aplicaciones a estructuras simétricas y antimétricas, vigas continuas (teorema de los tres momentos). | [Laible, Cap. 8]<br>[Leet, Cap. 10]<br>[Luthe, Cap. 3, 4]                            |
| 3.3.            | Cálculo de desplazamientos en estructuras hiperestáticas.   | [Popov, Cap. 12]<br>[Rosenberg, Cap. 4]  |
| 3.4.            | Líneas de influencia en sistemas indeterminados.  |  |

## Programa CI42A

| NÚMERO          | NOMBRE DE LA UNIDAD  | OBJETIVOS   |
|-----------------|--|---|
| 4               | Método de Rigidez  | Calcular esfuerzos en una estructura hiperestática usando el método de rigidez. |
| <b>DURACIÓN</b> |  |   |
| 3 semanas       |  |   |
| CONTENIDOS      |  | BIBLIOGRAFÍA  |
| 4.1.            | Indeterminación geométrica, barras axialmente indeformables, barras infinitamente rígidas, condensaciones estáticas y geométricas.       | [Belluzi, Cap. 20]<br>[Hibbeler, Cap. 10, 11, 14, 15]<br>[Hidalgo, Cap. 7]      |
| 4.2.            | Determinación de la matriz de rigidez de una barra en coordenadas locales.   | [Laible, Cap. 8, 9]<br>[Leet, Cap. 11, 12, 15, 16, 17]                          |
| 4.3.            | Método de Pendiente – Deformación  | [Luthe, Cap. 3, 5, Apéndice]  |
| 4.4.            | Determinación directa de la matriz de rigidez de una estructura, matriz de rigidez horizontal, sistemas de resortes en serie y paralelo. | [Rosenberg, Cap. 5]   |

| NÚMERO          | NOMBRE DE LA UNIDAD   | OBJETIVOS   |
|-----------------|---|---|
| 5               | Método Iterativo (Cross)  | Calcular esfuerzos en una estructura hiperestática usando el método de Cross. |
| <b>DURACIÓN</b> |   |   |
| 2 semanas       |   |   |
| CONTENIDOS      |   | BIBLIOGRAFÍA  |
| 5.1.            | Métodos de Cross, factor de distribución, modificaciones del factor de rigidez angular en casos de simetría y antimetría. | [Belluzi, Cap. 20]<br>[Gere, Cap. 1,2]<br>[Rosenberg, Cap. 6]                 |

# Programa CI42A

| NÚMERO     | NOMBRE DE LA UNIDAD  | OBJETIVOS  |
|------------|--|--|
| 6          | Métodos Aproximados  | Calcular esfuerzos en una estructura hiperestática usando métodos aproximados. |
| DURACIÓN   |  |  |
| 1 semana   |  |  |
| CONTENIDOS |  | BIBLIOGRAFÍA   |
| 6.1.       | Enrejados  | [Belluzi, Cap. 20]   |
| 6.2.       | Marcos con carga horizontal, método del portal y del voladizo. | [Hibbeler, Cap. 7]<br>[Leet, Cap. 14]  |
| 6.3.       | Marcos con cargas verticales.                                  |  |

## Capítulo 0: Introducción

### 0.1. Definiciones Básicas

## Diseño Estructural:

Proceso creativo basado en conocimiento de los principios de estática, dinámica, mecánica de sólidos y análisis estructural.  
Producto es una estructura segura y económica que cumple su propósito.

## Criterios de diseño

- Costo mínimo.
- Peso mínimo.
- Tiempo de construcción mínimo.
- Mano de obra requerida mínima.
- Mínimo costo de fabricación de productos.
- Máxima eficiencia de operación.

## Etapas de un diseño estructural

1. Planificación.
2. Estructuración preliminar.
3. Definición de solicitaciones a considerar.
4. Selección preliminar de elementos.
- 5. Análisis.
6. Evaluación.
7. Rediseño.
8. Decisión final.

## Análisis estructural

Herramienta usada durante el proceso de diseño para determinar esfuerzos y deformaciones de una estructura sometida a ciertas acciones



# Estructura

Conjunto o sistema de elementos que transmiten las acciones desde el punto de aplicación de estas hasta los apoyos.

Se habla entonces de sistemas estructurales y elementos estructurales.

## Elementos Estructurales

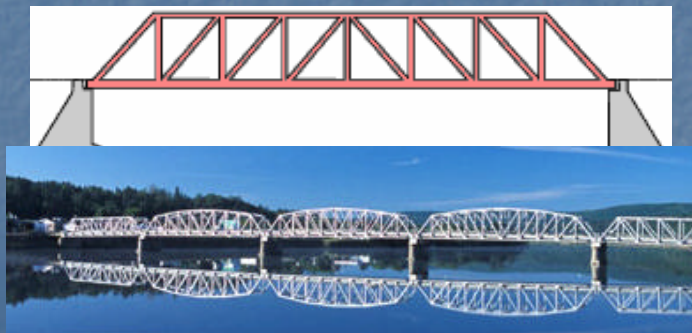
- Unidimensionales: una dimensión es mucho mayor que las otras
  - Elementos que resisten tracción (cables, elementos esbeltos)
  - Elementos que resisten compresión (puntales, suelo, aisladores no apernados)
  - Elementos que resisten tracción y compresión (bielas)
  - Elementos que resisten flexión y corte (vigas)
  - Elementos que resisten esfuerzo axial, flexión y corte (viga-columnas)

## Elementos Estructurales

- Bidimensionales: dos dimensiones predominantes sobre la otra
  - Elementos que resisten acciones en el plano (muros)
  - Elementos que resisten acciones perpendiculares al plano (losas)
  - Elementos que resisten presiones (cáscaras, membranas)
- Tridimensionales: tres dimensiones igualmente importantes
  - Cuerpos sólidos (represa curva)

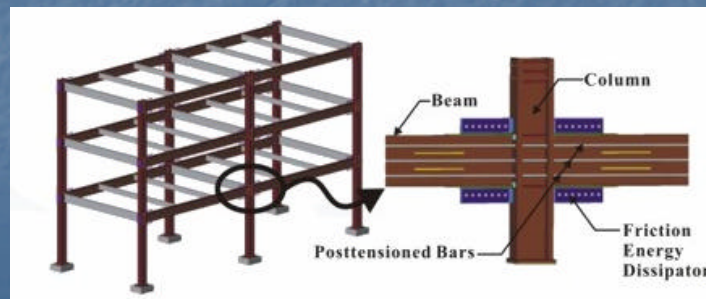
## Sistemas Estructurales

- Enrejados: formados exclusivamente por bielas, sólo resisten acciones aplicadas en los nudos, pueden ser planos o espaciales



## Sistemas Estructurales

- Marcos rígidos: formados por vigas y columnas, resisten acciones en los nudos y en los elementos, pueden ser planos o tridimensionales.



## Sistemas Estructurales

- Sistemas mixtos: formados por enrejados y marcos rígidos trabajando en conjunto





## Acciones

- Cargas muertas.
- Cargas vivas estáticas.
- Cargas vivas móviles.
- Impacto.
- Nieve.
- Viento.
- Sismos.
- Otros

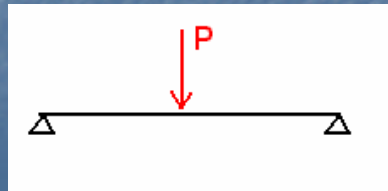
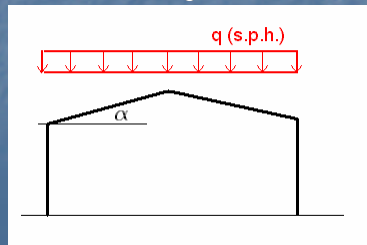
## Acciones

- CHILE:
  - NCh 1537.of1986: Cargas permanentes y sobrecargas de uso.
  - NCh 431.of1977: Sobrecarga de nieve
  - NCh 432.of1971 : Sobrecarga de viento
  - NCh 433.of1996: Diseño sísmico de edificios
  - NCh 2369.of2003: Diseño sísmico de estructuras e instalaciones industriales
- USA:
  - SEI/ASCE 7-05: Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures

# NCh 1537.of1986

## ■ Sobrecargas de techo

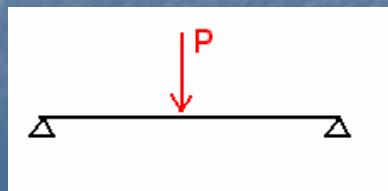
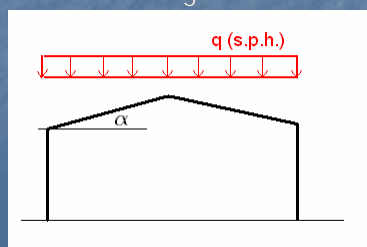
- Sobrecarga básica  $q_k = 1 \text{ kPa}$
- Este valor se reduce por:
  - Area tributaria  $C_A = 1 - 0.008 A_{trib} \leq 0,6$  (sólo si  $A_{trib} > 20\text{m}^2$ )
  - Pendiente  $C_\alpha = 1 - 2.33 \text{ tg } \alpha ; \text{ tg } \alpha \leq 0,3$
- El mínimo valor es  $30 \text{ kgf/m}^2$
- Carga se aplica sobre proyección horizontal (s.p.h.)
- Sobrecarga de mantención:  $1\text{kN}$  en posición más desfavorable



# NCh 1537.of1986

## ■ Sobrecarga:

- Sobrecarga
- Este valor
  - Area tri
  - Pendier
- El mínimo
- Carga se a
- Sobrecarg



## NCh 1537.of1986

### ■ Sobrecargas de piso

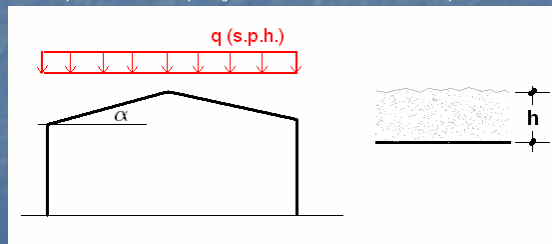
- Sobrecarga básica según uso (Tabla 3, NCh 1537)
- Este valor se reduce por:
  - Area tributaria  $C_A = 1 - 0.008 A_{trib} \leq 0,6$  (0,4) (solo si  $A_{trib} > 15m^2$ )

|  |                                     |         |
|--|-------------------------------------|---------|
| Bibliotecas                                  | Áreas de lectura                    | 3,0 kPa |
|  | Áreas de archivo < 1,8m             | 4,0 kPa |
| Estacionamientos                             |                                     | 5,0 kPa |
| Oficinas                                     | Áreas privadas s/ equipos           | 2,5 kPa |
|  | Áreas públicas y privadas c/equipos | 5,0 kPa |
| Viviendas                                    | Áreas de uso general                | 2,0 kPa |
|  | Balcones, terrazas, escalas         | 2,5 kPa |
| Corredores, escalas y lugares de uso público |                                     | 4,0 kPa |

## NCh 431.of1977

### ■ Sobrecargas de nieve

- Sobrecarga básica =  $\eta_0$
- $\eta_0 = \gamma_{nieve} \times h = f$  (altitud, latitud);  $\gamma_{nieve} = 1,25 \text{ kN/m}^3$
- Reduccion por pendiente:  $C_\alpha = 1 - (\alpha - 30^\circ)/40^\circ$ ; se aplica sólo si  $\alpha > 30^\circ$
- Si  $\eta_0 > 0.25 \text{ kPa}$ , se considera de ocurrencia normal
- Carga se aplica sobre proyección horizontal (s.p.h.)

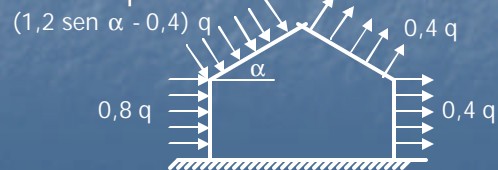


## NCh 432.0f1971

- Sobrecargas de viento
  - Presión básica:  $q = u^2 / 16$
  - Presión a diferentes alturas

$$p_x = p_h \left( \frac{x}{h} \right)^{2a}$$

- Modificada por factor de forma C



## Cargas sísmicas

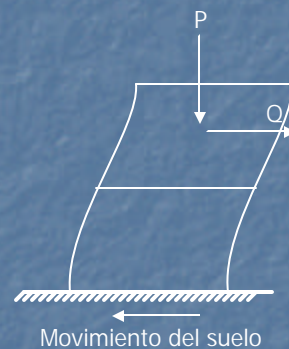
- Método elástico estático
 
$$Q = C \cdot I \cdot P$$

- NCh 433

$$C = \frac{A_o c}{gR} \left( \frac{T'}{T^*} \right)^n$$

- NCh 2369

$$C = \frac{2,75 A_o}{gR} \left( \frac{T'}{T^*} \right)^n \left( \frac{0,05}{x} \right)^{0,4}$$





# Capítulo 0: Introducción

## 0.2. Hipotesis Básicas

### Hipótesis Básicas

1. El material es homogéneo, isótropo, elástico y lineal, es decir, las deformaciones son proporcionales a las tensiones (es válida la ley de Hooke)

$$\mathbf{s} = E \cdot \mathbf{e}$$

2. Las deformaciones son pequeñas, el equilibrio puede plantearse en la configuración no deformada sin incurrir en grandes errores

## Hipótesis Básicas

1 y 2 implican que las estructuras consideradas tienen comportamiento Elástico y Lineal.

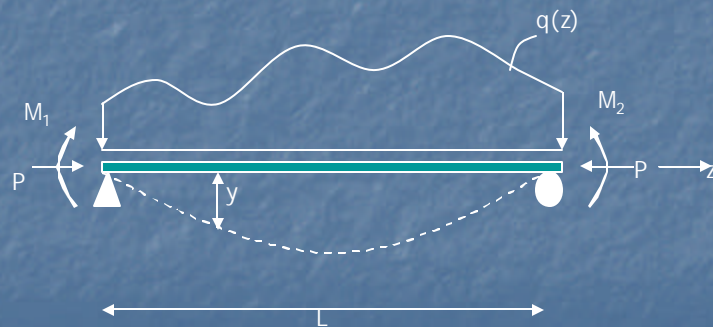
Entonces, es aplicable el principio de superposición: el efecto de varias acciones simultáneas sobre una estructura es equivalente a la suma de los efectos de cada una por separado

## Capítulo 0: Introducción

### 0.3. Relación M-Q-q

## Relación M-Q-q

Consideremos la viga de la figura



## Capítulo 0: Introducción

### 0.4. Deformaciones en un segmento de elemento uniaxial (barra)

## Hipótesis Básica

1. El material es homogéneo, isótropo, elástico y lineal, entonces es válida la ley de Hooke

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \\ \mathbf{g}_{xy} \\ \mathbf{g}_{xz} \\ \mathbf{g}_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\mathbf{n}/E & -\mathbf{n}/E & 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{n}/E & 1/E & -\mathbf{n}/E & 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{n}/E & -\mathbf{n}/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{s}_x \\ \mathbf{s}_y \\ \mathbf{s}_z \\ \mathbf{t}_{xy} \\ \mathbf{t}_{xz} \\ \mathbf{t}_{yz} \end{Bmatrix}$$

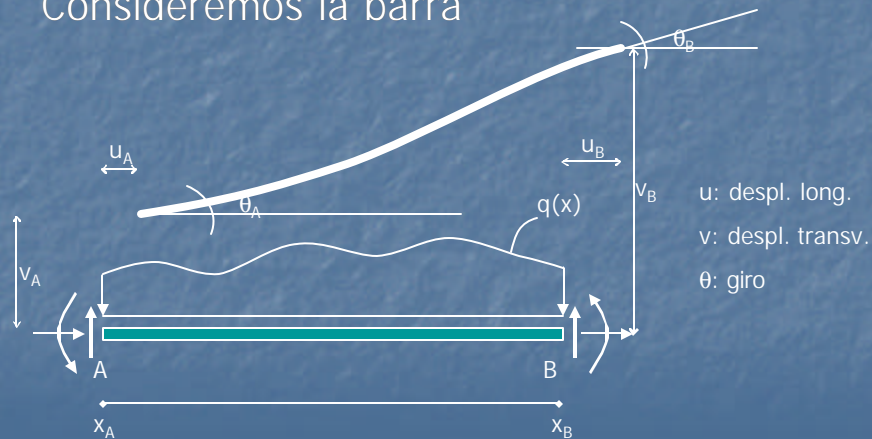
## Capítulo 0: Introducción

### 0.5. Cálculo de desplazamientos en estructuras isostáticas



# Cálculo de desplazamientos...

Consideremos la barra



## 0.5.1 Ecuaciones de Bresse

Desplazamiento longitudinal

$$u_B = u_A + \int_{x_A}^{x_B} \frac{N(x)}{EA(x)} dx + \int_{x_A}^{x_B} \alpha \Delta T dx$$

Giro

$$\theta_B = \theta_A + \int_{x_A}^{x_B} \frac{M(x)}{EI(x)} dx$$

Desplazamiento transversal

$$v_B = v_A + \theta_A L + \int_{x_A}^{x_B} \frac{M(x)}{EI(x)} (x_B - x) dx - \int_{x_A}^{x_B} \frac{V(x)}{GA(x)} dx$$

## 0.5.2 Teoremas de Mohr

1er teorema de Mohr: "La variación de la pendiente entre las tangentes trazadas a la elástica en dos puntos cualesquiera A y B es igual al producto de  $1/EI$  por el área del diagrama de momento entre los dos puntos."

$$\Delta = \theta_B - \theta_A = \frac{1}{EI} \int_{x_A}^{x_B} M(x) dx$$

2do teorema de Mohr: "La desviación de un punto B respecto de la tangente trazada a la elástica en otro punto cualquiera A, medida en la dirección perpendicular a la inicial de la barra trazada por B es igual al producto de  $1/EI$  por el momento respecto de B del área del diagrama de momento entre los puntos A y B."

$$v_{B/A} = \frac{1}{EI} \int_{x_A}^{x_B} M(x)(x_B - x) dx$$