Pauta Clase Auxiliar #6
Martes 24 de Octubre 2006

P1.- El canal rectangular de la figura conduce un caudal Q_1, y está conformado por 2 tramos: un sector superior, de pendiente i_1 y rugosidad n_1; y un sector inferior, de pendiente i_2 y rugosidad n_2. En la unión de ambos tramos existe un sumidero, el cual extrae un caudal Q_e, función de las condiciones de escurrimiento del canal. Además, en el tramo inferior existe una compuerta que controla el flujo.

a) Determinar las alturas normales y críticas en los distintos tramos del canal.

b) Determinar la altura de escurrimiento inmediatamente aguas abajo del sumidero, considerando que son despreciables las fuerzas de fricción en el entorno de éste.

c) Determinar la abertura "a" de la compuerta, de modo que el eventual resalto a producirse comience inmediatamente aguas abajo del sumidero.

Indicaciones:

- El caudal extraído por el sumidero, Q_e, se puede expresar como:

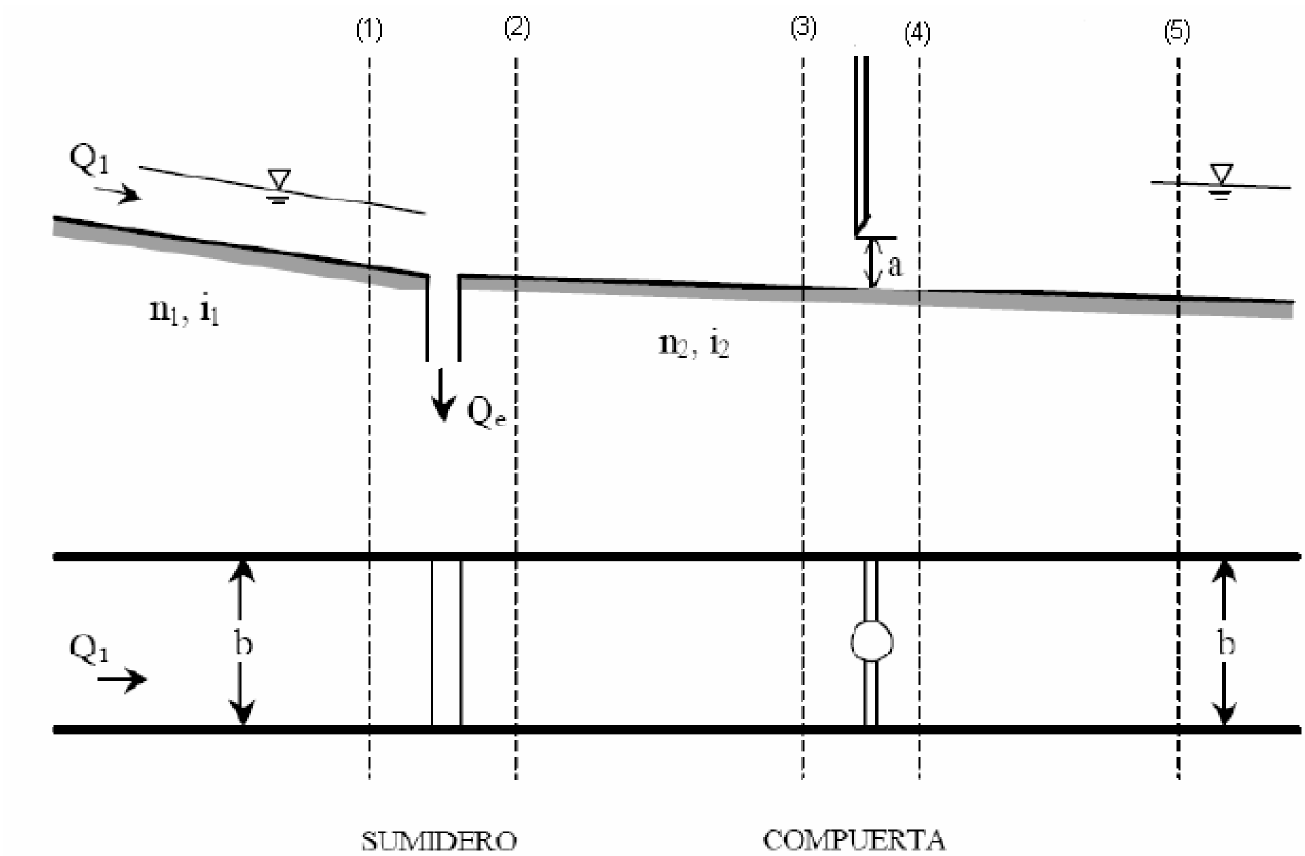
$Q_e = k \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1^3}$, h_1 : altura aguas arriba del sumidero
b : ancho del canal
k : constante

- Desprecie pérdidas friccionales en el canal.
- Considere que existen secciones de control a una gran distancia hacia aguas arriba y abajo del sector en estudio.
- Suponga que la longitud del tramo entre el sumidero y la compuerta es suficiente para contener un resalto completo.

Datos:

$Q_1 = 4\,[\mathrm{m^3/s}]$; $b = 2\,[\mathrm{m}]$; $k = 0{,}22$; $n_1 = 0{,}017$; $i_1 = 0{,}010$; $n_2 = 0{,}028$; $i_2 = 0{,}004$; $\mu = 0{,}6$

© 2006. Prohibida la reproducción sin la autorización de la División de Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Depto. de Ingeniería Civil, U. de Chile.



© 2006. Prohibida la reproducción sin la autorización de la División de Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Depto. de Ingeniería Civil, U. de Chile.

Pauta P1 Clase Auxiliar #6 Semestre Primavera 2006

a)

Primer tramo: $Q_1 = 4\,[\text{m}^3/\text{s}],\; b_1 = 2\,[\text{m}] \Rightarrow q_1 = 2\,[\text{m}^3/\text{m/s}]$

Altura Crítica: $hc_1 = \left(\dfrac{q_1^2}{g}\right)^{1/3} = 0{,}742\,[\text{m}]$

Altura Normal: $\dfrac{Q_1 \cdot n_1}{\sqrt{i_1}} = \dfrac{(b_1 \cdot hn_1)^{5/3}}{(b_1 + 2 \cdot hn_1)^{2/3}} \Rightarrow hn_1 = 0{,}638\,[\text{m}]$

$hc_1 > hn_1 \Rightarrow$ pendiente fuerte

Desde aguas arriba el escurrimiento viene con altura normal, ya que se dice que el eje hidráulico tiene un control muy alejado que permite su desarrollo completo.

$\Rightarrow h_1 = hn_1 = 0{,}638\,[\text{m}]$

Con este dato, podemos calcular el caudal que sale por el sumidero:

$Q_e = k \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1^3} = 0{,}993\,[\text{m}^3/\text{s}]$

$\Rightarrow Q_2 = Q_1 - Q_e = 3{,}007\,[\text{m}^3/\text{s}]$

$b = 2\,[\text{m}],\; q_2 = 1{,}504\,[\text{m}^3/\text{m/s}]$

En el segundo tramo:

Altura crítica: $hc_2 = \left(\dfrac{q_2^2}{g}\right)^{1/3} = 0{,}613\,[\text{m}]$

Altura normal: $\dfrac{Q_2 \cdot n_2}{\sqrt{i_2}} = \dfrac{(b \cdot hn_2)^{5/3}}{(b + 2 \cdot hn_2)^{2/3}} \Rightarrow hn_2 = 1{,}042\,[\text{m}]$

$hc_2 < hn_2 \Rightarrow$ pendiente suave

© 2006. Prohibida la reproducción sin la autorización de la División de Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Depto. de Ingeniería Civil, U. de Chile.

b) Suponiendo que en (2) no hay influencia desde a. abajo y que se desprecian las fuerzas de fricción en el sumidero:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{h_1^2}{2} + \frac{q_1^2}{g \cdot h_1} = 0{,}843 = \frac{h_2^2}{2} + \frac{q_2^2}{g \cdot h_2} \Rightarrow h_2 = \begin{cases} 1{,}130 \\ 0{,}288 \\ -1{,}418 \end{cases}$$

Régimen supercrítico (torrente) $\Rightarrow h_2 = 0{,}288\,[\mathrm{m}]$

c) Se debe compatibilizar el escurrimiento supercrítico en (2) con el escurrimiento subcrítico en (3), mediante un resalto:

$$m_2 = m_3 \Rightarrow \frac{h_2^2}{2} + \frac{q_2^2}{g \cdot h_2} = 0{,}843 = \frac{h_3^2}{2} + \frac{q_2^2}{g \cdot h_3} \Rightarrow h_3 = 1{,}130\,[\mathrm{m}] \text{ (solución subcrítica o río)}$$

Igualamos energía antes y después de la compuerta, suponiendo que no existe influencia desde a. abajo:

$$\Rightarrow h_4 = \mu \cdot a$$

$$E_3 = E_4 \Rightarrow h_3 + \frac{q_2^2}{2 \cdot g \cdot h_3^2} = \mu \cdot a + \frac{q_2^2}{2 \cdot g \cdot (\mu \cdot a)^2} = 1{,}220 \Rightarrow u \cdot a = \begin{cases} 1{,}130 \\ 0{,}368 \\ -0{,}278 \end{cases}$$

Régimen supercrítico (torrente) $\Rightarrow \mu \cdot a = 0{,}368\,[\mathrm{m}] \Rightarrow a = 0{,}613\,[\mathrm{m}]$

Para analizar la influencia desde a. abajo, hay que comparar las momentas entre (4) y (5):

$$m_4 = \frac{(\mu \cdot a)^2}{2} + \frac{q_2^2}{g \cdot \mu \cdot a} = 0{,}695\,[\mathrm{m}^2]$$

$$h_5 = hn_5 = 1{,}042\,[\mathrm{m}]$$

$$\Rightarrow m_5 = \frac{h_5^2}{2} + \frac{q_2^2}{g \cdot h_5} = 0{,}764\,[\mathrm{m}^2]$$

$\Rightarrow m_5 > m_4$, por lo tanto se tiene un resalto ahogado.

© 2006. Prohibida la reproducción sin la autorización de la División de Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Depto. de Ingeniería Civil, U. de Chile.

Debe cumplirse que la energía se conserve entre (3) y (4), y que la momenta sea igual en (4) y (5).

$$E_3 = E_4 \Rightarrow h_3 + \frac{q_2^2}{2 \cdot g \cdot h_3^2} = h_p + \frac{q_2^2}{2 \cdot g \cdot h_v^2} = 1{,}220\,[\mathrm{m}]$$

$$m_4 = m_5 \Rightarrow \frac{h_p^2}{2} + \frac{q_2^2}{g \cdot h_v} = \frac{h_5^2}{2} + \frac{q_2^2}{g \cdot h_5} = 0{,}765\,[\mathrm{m}]$$

, donde:

h_v : altura de la vena viva
h_p : altura para el cálculo de presiones

Resolviendo el sistema de ecuaciones, se obtiene:

$h_p = 0{,}817\,[\mathrm{m}]$
$h_v = 0{,}535\,[\mathrm{m}] \Rightarrow a = 0{,}892\,[\mathrm{m}]$

© 2006. Prohibida la reproducción sin la autorización de la División de Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Depto. de Ingeniería Civil, U. de Chile.

P2.- El canal de la figura, de sección rectangular de ancho b y pendiente i, revestido en hormigón con un coeficiente de rugosidad de Manning n, conduce un caudal Q en régimen permanente. En el canal existe una compuerta de abertura a_1 y una grada de altura a_2, ubicada hacia aguas abajo.

a) Calcule la altura normal y crítica en este sistema. ¿Dónde esperaría encontrar escurrimiento normal en el canal?

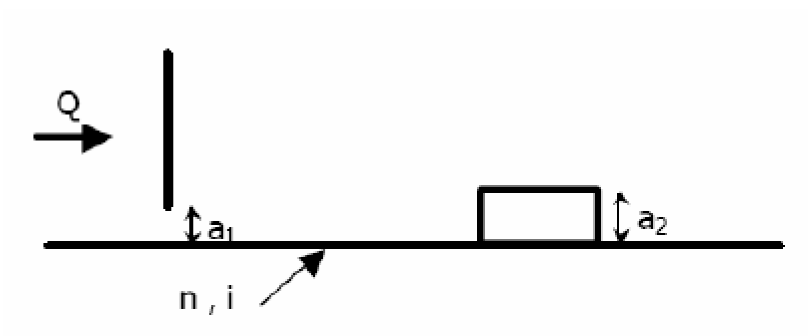
b) Calcule las alturas de escurrimiento en las secciones inmediatamente aguas arriba y aguas abajo de la compuerta, inmediatamente aguas arriba de la grada, sobre ella, e inmediatamente aguas abajo, y las alturas conjugadas del o los posibles resaltos que ocurren en el sistema. Defina si los resaltos son ahogados o rechazados y determine la pérdida de energía asociada. Considere los casos siguientes:

   i) $a_2 = 0{,}35\,[\mathrm{m}]$
   ii) $a_2 = 0{,}20\,[\mathrm{m}]$

Suponga que el tramo entre la compuerta y la grada es suficientemente largo como para que se desarrolle completamente un resalto. Desprecie las pérdidas singulares en la grada.

Datos:

$b = 2{,}5\,[\mathrm{m}]$; $n = 0{,}017$; $a_1 = 0{,}4\,[\mathrm{m}]$; $i = 0{,}001$; $Q = 3{,}0\,[\mathrm{m^3/s}]$; $\mu = 0{,}6$



© 2006. Prohibida la reproducción sin la autorización de la División de Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Depto. de Ingeniería Civil, U. de Chile.

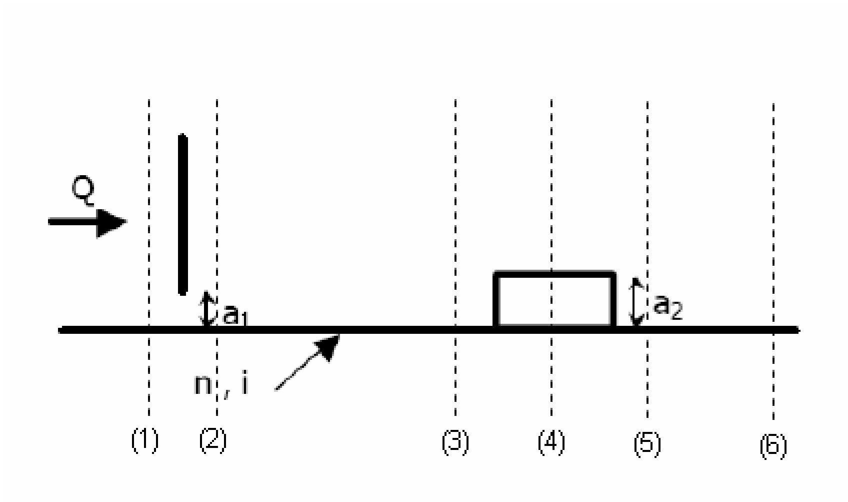
Pauta P2 Clase Auxiliar #6 Semestre Primavera 2006

a) Altura normal: $\frac{Q_1 \cdot n}{\sqrt{i}} = \frac{(b \cdot hn)^{5/3}}{(b + 2 \cdot hn)^{2/3}} \Rightarrow hn = 0{,}967\,[\mathrm{m}]$

Altura crítica: $hc = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = 0{,}528\,[\mathrm{m}]$

$hc < hn \Rightarrow$ pendiente suave, se espera encontrar escurrimiento normal en la sección aguas abajo de la grada.

b)



i) $a_2 = 0{,}35\,[\mathrm{m}]$

Por lo expuesto en a), $h_5 = hn_5 = 0{,}967\,[\mathrm{m}]$

Conservando Bernoulli entre (4) y (5):

$$E_4 + a_2 = E_5 \Rightarrow E_4 = E_5 - a_2$$

$$E_5 = h_5 + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot h_5^2} = 1{,}046\,[\mathrm{m}] \Rightarrow E_4 = 0{,}696\,[\mathrm{m}]$$

Pero $E_c = \frac{3}{2} \cdot h_c = 0{,}792\,[\mathrm{m}] > E_4$

$\Rightarrow$ Se debe imponer crisis en (4), y recalcularse la altura en (5):

© 2006. Prohibida la reproducción sin la autorización de la División de Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Depto. de Ingeniería Civil, U. de Chile.

$$E_5 = E_4 + a_2 = E_c + a_2 = 1{,}142 \text{ [m]}$$

$$E_5 = h_5 + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot h_5^2} = 1{,}142 \Rightarrow h_5 = \begin{cases} 1{,}079 \\ 0{,}294 \\ -0{,}231 \end{cases}$$

$$m_5 = \frac{h_5^2}{2} + \frac{q^2}{g \cdot h_5} = 0{,}543 \text{ [m}^2\text{]}$$

$$m_6 = \frac{h_n^2}{2} + \frac{q^2}{g \cdot h_n} = 0{,}619 \text{ [m}^2\text{]}$$

$m_6 > m_5 \Rightarrow$ Aguas debajo de la grada hay un resalto ahogado.

Debe cumplirse que la energía se conserve entre (4) y (5), y que la momenta sea igual en (5) y (6).

$$E_4 = E_5 \Rightarrow Ec + a_2 = h_p + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot h_v^2} = 1{,}142 \text{ [m]}$$

$$m_5 = m_6 \Rightarrow \frac{h_p^2}{2} + \frac{q^2}{g \cdot h_v} = \frac{h_6^2}{2} + \frac{q^2}{g \cdot h_6} = 0{,}619 \text{ [m]}$$

, donde:

h_v : altura de la vena viva
h_p : altura para el cálculo de presiones

Resolviendo el sistema de ecuaciones, se obtiene:

$h_p = 0{,}745 \text{ [m]}$
$h_v = 0{,}430 \text{ [m]}$

Pérdida de energía: $E_5 = 1{,}142 \text{ [m]}$
$E_6 = E_{hn} = 1{,}046 \text{ [m]}$

$$\Rightarrow \Lambda = E_5 - E_6 = 0{,}096 \text{ [m]}$$

© 2006. Prohibida la reproducción sin la autorización de la División de Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Depto. de Ingeniería Civil, U. de Chile.

Igualdad de Bernoulli entre (3) y (4):

$$E_3 = E_4 + a_2 = E_c + a_2 = 1{,}142 = h_3 + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot h_3^2} \Rightarrow h_3 = \begin{cases} 1{,}079 \\ 0{,}294 \\ -0{,}231 \end{cases}$$

Régimen subcrítico (río) $\Rightarrow h_3 = 1{,}079\,[\mathrm{m}]$

En (2), la compuerta impone un escurrimiento supercrítico, por lo tanto entre (2) y (3) habrá un resalto. Supongamos que el resalto no es ahogado:

$$\Rightarrow h_2 = \mu \cdot a_1 = 0{,}24\ [\mathrm{m}]$$

$$m_2 = \frac{(\mu \cdot a_1)^2}{2} + \frac{q^2}{g \cdot (\mu \cdot a_1)} = 0{,}641\,[\mathrm{m}^2]$$

$$m_3 = \frac{h_3^2}{2} + \frac{q^2}{g \cdot h_3} = 0{,}718\,[\mathrm{m}^2]$$

$m_3 > m_2 \Rightarrow$ resalto ahogado

Cálculo del resalto ahogado: $m_3 = m_2 = \dfrac{h_{p2}^2}{2} + \dfrac{q^2}{g \cdot (\mu \cdot a_1)} = 0{,}718 \Rightarrow h_{p2} = 0{,}460\,[\mathrm{m}]$

$$E_2 = h_{p2} + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot (\mu \cdot a_1)^2} = 1{,}736\,[\mathrm{m}]$$

Pérdida de energía del resalto: $E_2 = 1{,}736$
$E_3 = 1{,}142$

$$\Rightarrow \Lambda = E_2 - E_3 = 0{,}594\,[\mathrm{m}]$$

En la compuerta:

$$E_1 = E_2 = 1{,}736 = h_1 + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot h_1^2} \Rightarrow h_1 = \begin{cases} 1{,}710 \\ 0{,}220 \\ -0{,}195 \end{cases}$$

Régimen subcrítico (río) $\Rightarrow h_1 = 1{,}710\,[\mathrm{m}]$

© 2006. Prohibida la reproducción sin la autorización de la División de Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Depto. de Ingeniería Civil, U. de Chile.

ii) $a_2 = 0{,}20\,[\text{m}]$

Por lo expuesto en a), $h_5 = hn_5 = 0{,}967\,[\text{m}]$

Conservando Bernoulli entre (4) y (5):

$$E_4 + a_2 = E_5 \Rightarrow E_4 = E_5 - a_2$$

$$E_5 = h_5 + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot h_5^2} = 1{,}046\,[\text{m}] \Rightarrow E_4 = 0{,}846\,[\text{m}]$$

Pero $E_c = \frac{3}{2} \cdot h_c = 0{,}792\,[\text{m}] < E_4$

$\Rightarrow$ En este caso no se impone crisis sobre la grada, ya que la energía es suficiente.

$$E_4 = h_4 + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot h_4^2} = 0{,}846\,[\text{m}] \Rightarrow h_4 = \begin{cases} 0{,}693 \\ 0{,}411 \\ -0{,}258 \end{cases}$$

Régimen subcrítico (río) $\Rightarrow h_4 = 0{,}693\,[\text{m}]$

Aguas arriba de la grada: $E_3 = E_4 + a_2 = E_5 \Rightarrow h_3 = h_5 = 0{,}967\,[\text{m}]$

Analizando el resalto entre (2) y (3), suponiendo que no es ahogado:

$$h_2 = \mu \cdot a_1 = 0{,}240\,[\text{m}] \Rightarrow m_2 = 0{,}641\,[\text{m}^2]$$

$$m_3 = 0{,}619\,[\text{m}^2]$$

$m_2 > m_3 \Rightarrow$ resalto rechazado

A partir del punto de máxima contracción del flujo, el escurrimiento variará hasta alcanzar la altura conjugada asociada al nivel impuesto aguas abajo.

$$m_2 = m_3 = 0{,}619 = \frac{h_2^2}{2} + \frac{q^2}{g \cdot h_2} \Rightarrow h_2 = \begin{cases} 0{,}966 \\ 0{,}250 \end{cases}$$

Régimen supercrítico (torrente) $\Rightarrow h_2 = 0{,}250\,[\text{m}]$

© 2006. Prohibida la reproducción sin la autorización de la División de Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Depto. de Ingeniería Civil, U. de Chile.

Pérdida de energía en el resalto:

$$E_2 = 1{,}426\,[\mathrm{m}]$$
$$E_3 = 1{,}046\,[\mathrm{m}]$$

$$\Rightarrow \Lambda = E_2 - E_3 = 0{,}380\,[\mathrm{m}]$$

En la compuerta:

$$E_1 = E_2 = \mu \cdot a_1 + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot (\mu \cdot a_1)^2} = 1{,}516\,[\mathrm{m}]$$

$$1{,}516 = h_1 + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot h_1^2} \Rightarrow h_1 = \begin{cases} -0{,}207 \\ 1{,}483 \\ 0{,}240 \end{cases}$$

Régimen subcrítico (río) $\Rightarrow h_1 = 1{,}483\,[\mathrm{m}]$

© 2006. Prohibida la reproducción sin la autorización de la División de Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Depto. de Ingeniería Civil, U. de Chile.