Como considerar bombas para el uso del método de Hardy-Cross

Sea un bucle cualquiera, sin importar el número de tuberías y bombas que considere.

Bernoulli dentro de un bucle, con respecto a un punto cualquiera 'A':

$$B_A = B_A + \sum_i \Lambda f_i - \sum_j \Delta H_j$$

$$\sum_i \Lambda f_i - \sum_j \Delta H_j = 0 \qquad (1)$$

Curva característica de bomba: $\Delta H_j (Q_j) = a_j \frac{Q_j}{|Q_j|} - b_j Q_j |Q_j|$

Pérdida friccional de carga: $\Lambda f_i (Q_i) = r_i Q_i |Q_i|^{n_i-1}$

Por lo que se ve en la ecuación (1), la convención de signos se invierte para las bombas: los caudales en el sentido de los punteros del reloj arrojan pérdidas con signo positivo y altura de elevación de las bombas con signo negativo.

Expansiones en serie de Taylor:

$$\Lambda f_i (Q_i + \Delta Q) = \Lambda f_i (Q_i) + \frac{\partial \Lambda f_i (Q_i)}{\partial Q_i} \Delta Q + ...$$

$$\Delta H_j (Q_j + \Delta Q) = \Delta H_j (Q_j) + \frac{\partial \Delta H_j (Q_j)}{\partial Q_j} \Delta Q + ...$$

$$\sum_i \Lambda f_i - \sum_j \Delta H_j = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\sum_i \left[\Lambda f_i (Q_i) + \frac{\partial \Lambda f_i (Q_i)}{\partial Q_i} \Delta Q \right] - \sum_j \left[\Delta H_j (Q_j) - \frac{\partial \Delta H_j (Q_j)}{\partial Q_j} \Delta Q \right] = 0$$

$$\Delta Q = - \frac{\sum_i [\Lambda f_i (Q_i)] - \sum_j [\Delta H_j (Q_j)]}{\sum_i \left[\frac{\partial \Lambda f_i (Q_i)}{\partial Q_i} \right] - \sum_j \left[\frac{\partial \Delta H_j (Q_j)}{\partial Q_j} \right]}$$

Usando las expresiones para las pérdidas y las alturas de elevación:

$$\Lambda f_i (Q_i) = r_i Q_i |Q_i|^{n_i-1} \qquad \frac{\partial \Lambda f_i (Q_i)}{\partial Q_i} = r_i n_i |Q_i|^{n_i-1}$$

$$\Delta H_j (Q_j) = a_j \frac{Q_j}{|Q_j|} - b_j Q_j |Q_j| \qquad \frac{\partial \Delta H_j (Q_j)}{\partial Q_j} = - 2 b_j |Q_j|$$

$$\boxed{\Delta Q = - \frac{\sum_i \left[r_i Q_i |Q_i|^{n_i-1} \right] - \sum_j \left[a_j \frac{Q_j}{|Q_j|} - b_j Q_j |Q_j| \right]}{\sum_i \left[r_i n_i |Q_i|^{n_i-1} \right] + \sum_j \left[2 b_j |Q_j| \right]}}$$