CI41A – Mecánica de Fluidos Sem. Primavera 2006
Prof. Yarko Niño Auxs.:Amparo Edwards
Cristián Godoy

Control #2 (CI41A – Hidráulica)
Martes 17 de Octubre 2006

P1) El canal rectangular de la figura tiene tres secciones distintas, cuyos anchos son b_1, b_2 y b_3, terminando en una caída. El caudal que escurre es Q. En el tramo de ancho b_1 se tiene una grada, la que puede ser de subida (x > 0) o de bajada (x < 0). En la sección de ancho b_3 se tiene una grada de altura a. Despreciando todo tipo de pérdidas en el sistema, se pide:

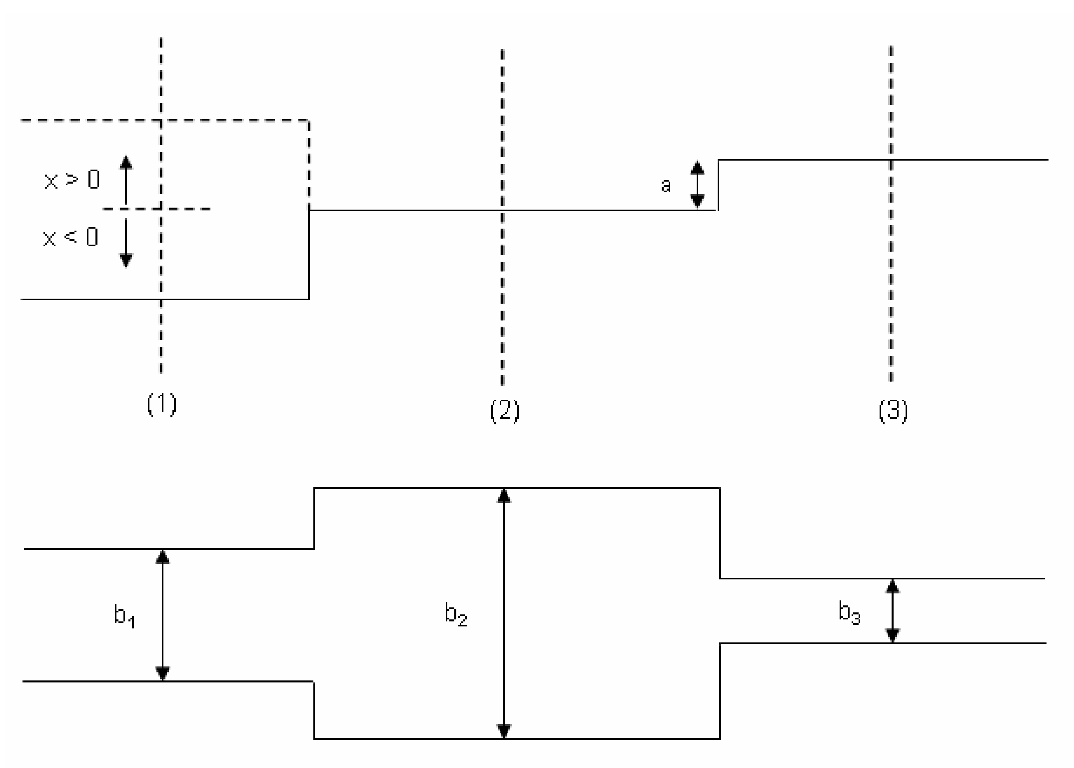
a. Determinar el valor de x_{lim} a partir del cual la grada en el tramo de ancho b_1 condiciona la altura en la sección (2). (1.5 Ptos)

b. Graficar en un diagrama h-E las alturas en las secciones (1), (2) y (3) en función de x. Cubrir el rango $x < x_{\text{lim}}$, abarcando todos los casos conceptualmente posibles. (3.0 Ptos)

c. Determinar las alturas de escurrimiento en las secciones (1), (2) y (3) para los siguientes valores de x:

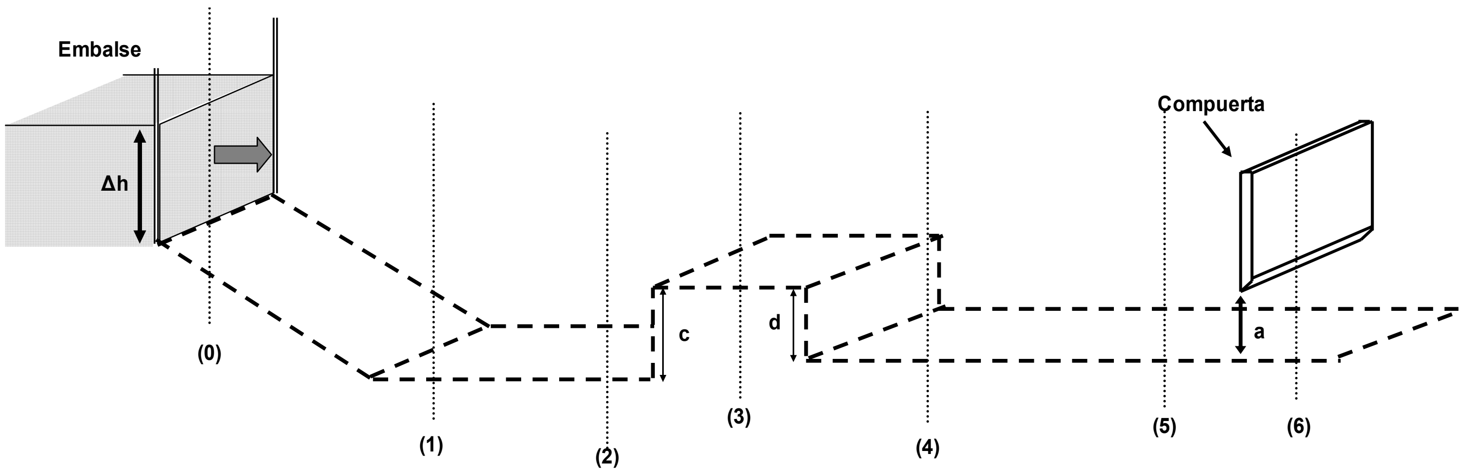
- $x = -0{,}25$ [m]
- $x = 0{,}30$ [m] (1.5 Ptos)
- $x = 0{,}60$ [m]

Datos: $Q = 2{,}6$ [m^3/s]; $b_1 = 2{,}2$ [m]; $b_2 = 3{,}2$ [m]; $b_3 = 1{,}2$ [m]; $a = 50$ [cm]



P2.- Se tiene el canal rectangular de ancho **b**, mostrado en la figura. El canal es alimentado desde un embalse de cota fija, con una carga de agua constante en la entrada igual a **Δh**. Además se sabe que:

- La compuerta controla el escurrimiento.
- La altura normal del tramo **(0) – (1)** es igual a **hn** y el tramo es suficientemente largo como para ella que se alcance.
- Todos los tramos **(i) – (i+1)** son suficientemente largos como para albergar resaltos.



Datos:

Δh [m] =	0,701
c [m] =	0,3
d [m] =	0,3
a [m] =	0,6
μ =	0,6
hn [m] =	0,265

Se pide:

a) Calcular el caudal circulante por el sistema. (1,0 pto.)

b) Determinar si existe(n) resalto(s) en el sistema, indicando la ubicación aproximada que estos tendrían. (2,0 pto.)

c) Determine las alturas del escurrimiento en las secciones indicadas, y las alturas conjugadas de los resaltos si estos existen. (3,0 pto.)

Pauta P1 Control 2 Semestre Primavera 2006

$$q_1 = \frac{2{,}6}{2{,}2} = 1{,}182 \;\; [\mathrm{m^3/m/s}] \Rightarrow hc_1 = \left(\frac{q_1^{\,2}}{g}\right)^{1/3} = 0{,}522\,[\mathrm{m}] \Rightarrow Ec_1 = \frac{3}{2}\cdot hc_1 = 0{,}784\,[\mathrm{m}]$$

$$q_2 = \frac{2{,}6}{3{,}2} = 0{,}813 \;\; [\mathrm{m^3/m/s}] \Rightarrow hc_2 = \left(\frac{q_2^{\,2}}{g}\right)^{1/3} = 0{,}407\,[\mathrm{m}] \Rightarrow Ec_2 = \frac{3}{2}\cdot hc_2 = 0{,}610\,[\mathrm{m}]$$

$$q_3 = \frac{2{,}6}{1{,}2} = 2{,}167 \;\; [\mathrm{m^3/m/s}] \Rightarrow hc_3 = \left(\frac{q_3^{\,2}}{g}\right)^{1/3} = 0{,}782\,[\mathrm{m}] \Rightarrow Ec_3 = \frac{3}{2}\cdot hc_3 = 1{,}174\,[\mathrm{m}]$$

Caída al final $\Rightarrow$ Crisis en sección (3) $\Rightarrow h_3 = hc_3 = 0{,}782\,[\mathrm{m}];\; E_3 = Ec_3 = 1{,}174\,[\mathrm{m}]$

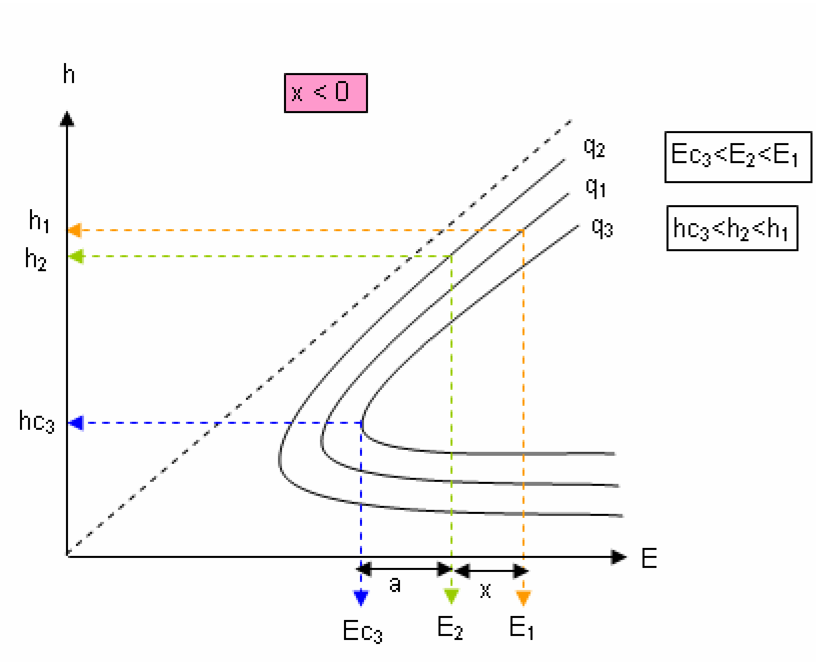
a. Para que la grada condicione la altura de escurrimiento de la sección (2), debe ocurrir crisis sobre ésta.

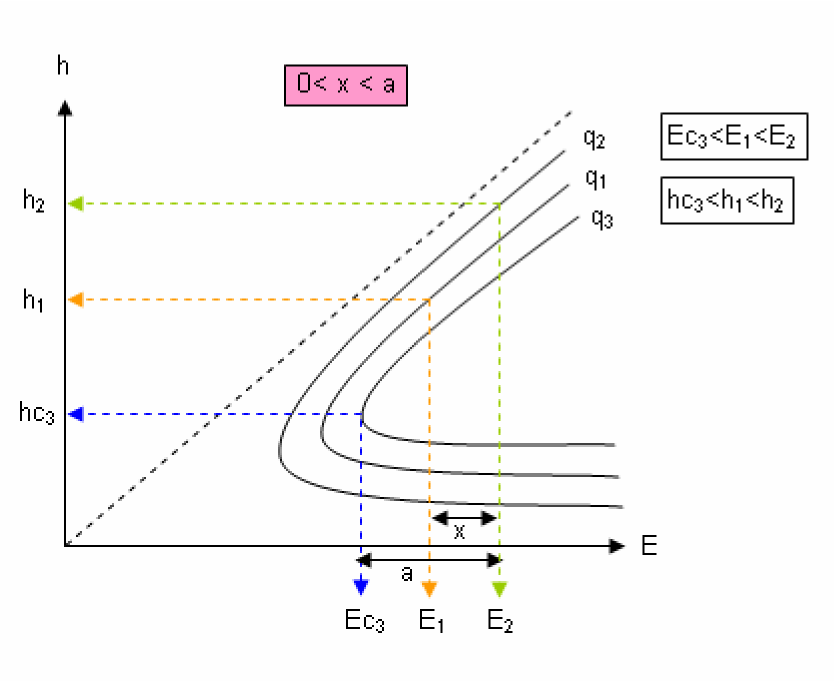
$$\Rightarrow Ec_1 > E_1 = a + Ec_3 - x \Leftrightarrow x > a + Ec_3 - Ec_1 = 0{,}5 + 1{,}174 - 0{,}784 = 0{,}890\,[\mathrm{m}]$$

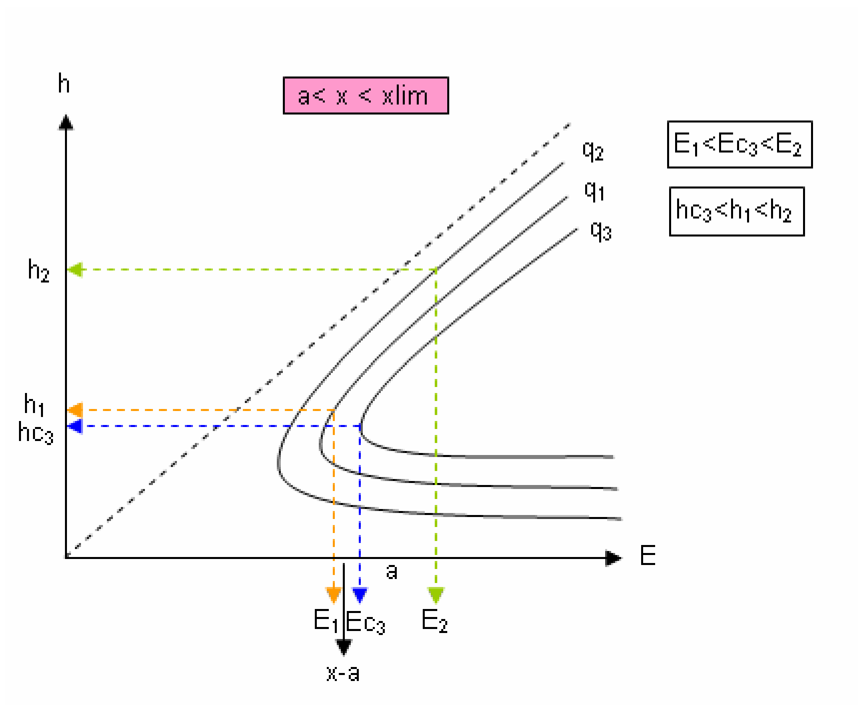
(1.0 Ptos por plantear bien la inecuación)

Por lo tanto, $x_{\lim} = 0{,}890\,[\mathrm{m}]$ (0.5 Ptos por llegar al valor correcto)

b.







(1.0 Ptos por cada gráfico, en total 3.0 Ptos) c.

Para los tres casos:

$h_3 = hc_3 = 0{,}782\,[\mathrm{m}];\ E_3 = Ec_3 = 1{,}174\,[\mathrm{m}]$ (0.25 Ptos)

$E_2 = Ec_3 + a = 1{,}674\,[\mathrm{m}]$

$$h_2 + \frac{q_2^2}{2 \cdot g \cdot h_2^2} = E_2 \Rightarrow h_2 = \begin{cases} 1{,}662 \\ 0{,}149 \\ -0{,}137 \end{cases}$$

Régimen subcrítico (río) $\Rightarrow h_2 = 1{,}662\,[\mathrm{m}]$ (0.5 Ptos)

- $x = -0{,}25\,[\mathrm{m}]$

$E_1 - |x| = a + Ec_3 \Rightarrow E_1 = a + Ec_3 + |x| = 1{,}924\,[\mathrm{m}]$

$$h_1 + \frac{q_1^2}{2 \cdot g \cdot h_1^2} = E_1 \Rightarrow h_1 = \begin{cases} 1{,}904 \\ 0{,}204 \\ -0{,}184 \end{cases}$$

Régimen subcrítico (río) $\Rightarrow h_1 = 1{,}904\,[\mathrm{m}]$ (0.25 Ptos)

- $x = 0{,}30\,[\mathrm{m}]$

$E_1 + x = a + Ec_3 \Rightarrow E_1 = a + Ec_3 - x = 1{,}374\,[\mathrm{m}]$

$$h_1 + \frac{q_1^2}{2 \cdot g \cdot h_1^2} = E_1 \Rightarrow h_1 = \begin{cases} 1{,}334 \\ 0{,}252 \\ -0{,}212 \end{cases}$$

Régimen subcrítico (río) $\Rightarrow h_1 = 1{,}334\,[\mathrm{m}]$ (0.25 Ptos)

- $x = 0{,}60\,[\mathrm{m}]$

$$E_1 + x = a + Ec_3 \Rightarrow E_1 = a + Ec_3 - x = 1{,}074\,[\mathrm{m}]$$

$$h_1 + \frac{q_1^2}{2 \cdot g \cdot h_1^2} = E_1 \Rightarrow h_1 = \begin{cases} 1{,}003 \\ 0{,}304 \\ -0{,}234 \end{cases}$$

Régimen subcrítico (río) $\Rightarrow h_1 = 1{,}003\,[\mathrm{m}]$ (0.25 Ptos)

Pauta P2 Control 2 Semestre Primavera 2006

a) Dado que no se conoce el caudal circulante, se impone crisis en la entrada y se corrobora esta hipótesis:

$$Ec = \frac{3}{2}\left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = \Delta h = 0.701 \Rightarrow q = 1 \ \ m^3/s/m \quad \text{y} \quad hc = 0.467\,m$$

$\boxed{Parte\ a)\ (1\ \text{pto.})}$

Con lo que se verifica $hn < hc \Rightarrow$ Existe crisis en la entrada

b)

Dado que se alcanza altura normal en el primer tramo, podremos asumir que en el final de este se tendrá hn, y por ende la energía será:

$$En = \frac{q^2}{2g\,hn^2} + hn = \frac{1}{2*9.8*0.265^2} + 0.265 = 0.992\,m$$

Conservando la energía se tiene $E_1 = E_2 = En = 0.992$

y $E_3 = En - c = 0.692\ m < Ec_3$

$\Rightarrow$ no puede escurrir por sobre la grada $\Rightarrow$ crisis en la grada

Verificamos además las condiciones desde aguas abajo:

La compuerta controla $\Rightarrow E_6 = \dfrac{1}{2*9.8*(\mu * a)^2} + (\mu * a) = 0.754\ m$

Además $E_6 = E_5 = 0.754\,m = E_4 = E_3 + d$

$\Rightarrow E_3 = 0.754 - 0.3 = 0.454\,m$ lo cual es insuficiente para traspasar la grada

$\boxed{Cálculos\ y\ análisis\ de\ posibilidad\ de\ escurrimiento\ en\ todas\ las\ secciones\ (1\ \text{pto.})}$

Con lo que se corrobora la condición de crisis sobre la grada, y se tiene:

- Torrente antes de la grada
- Crisis en la grada
- Río antes de la compuerta

Por lo anterior se deberán tener dos resaltos en el sistema con las siguientes características:

1.- Resalto antes de la grada con su altura de río conocida y correspondiente a la altura en la sección (2). Se ubicará entre las sección (0) y (2). *(También es válido poner entre (0) y (1) ó entre (1) y (2)).*

2.- Resalto después de la grada con su altura de río conocida y correspondiente a la altura en la sección (5). Se ubicará entre las secciones (4) y (5).

$\boxed{Ubicación\ de\ resaltos\ e\ identificar\ bien\ la\ altura\ que\ corresponde\ a\ resalto\ (1{,}0\ \text{pto.})}$

c)
Así se tiene:

Imponemos crisis en la grada
$\Rightarrow h_3 = hc = 0.467\,m \Rightarrow E_3 = 0.701\,m$
$\Rightarrow$ Dado que c y d son iguales se tiene:
$E_4 = E_2 = E_3 + 0.3 = 1.001\ m$
$\Rightarrow h_2 = 0.994\,m \quad y \quad h_4 = 0.263\,m$

$\boxed{Cálculo\ de\ alturas\ en\ \sec ciones\,(2\ \text{pto.})}$

Además se tiene h_5 subcrítico y $h_6 = \mu * a$
$\Rightarrow h_5 = 0.622\ m \quad y \quad h_6 = 0.36\ m$
Además se podrá asumir $h_1 = hn = 0.265\ m$
y en la sección (0) se tiene crisis por lo que la altura será:
$h_0 = 0.467\ m$

Sólo faltará calcular las alturas conjugadas de los resaltos:

$$m_5 = \frac{q^2}{g\,h_5} + \frac{h_5^{\,2}}{2} = 0.358\ m^2 \ \Rightarrow h_5^{\,c} = 0.340\,m$$

$\boxed{Cálculo\ de\ alturas\ conjugadas\,(1{,}0\ \text{pto.})}$

$$y\ m_2 = \frac{q^2}{g\,h_2} + \frac{h_2^{\,2}}{2} = 0.553\ m^2 \ \Rightarrow h_2^{\,c} = 0.191\,m$$

En resumen se tiene:

$h_0 = 0.467\,m$
$h_1 = 0.265\,m$
$h_2 = 0.994\,m \quad , \quad h_2^{\,c} = 0.191\,m$
$h_3 = 0.467\,m$
$h_4 = 0.263\,m$
$h_5 = 0.622\,m \quad , \quad h_5^{\,c} = 0.340\,m$
$h_6 = 0.360\,m$