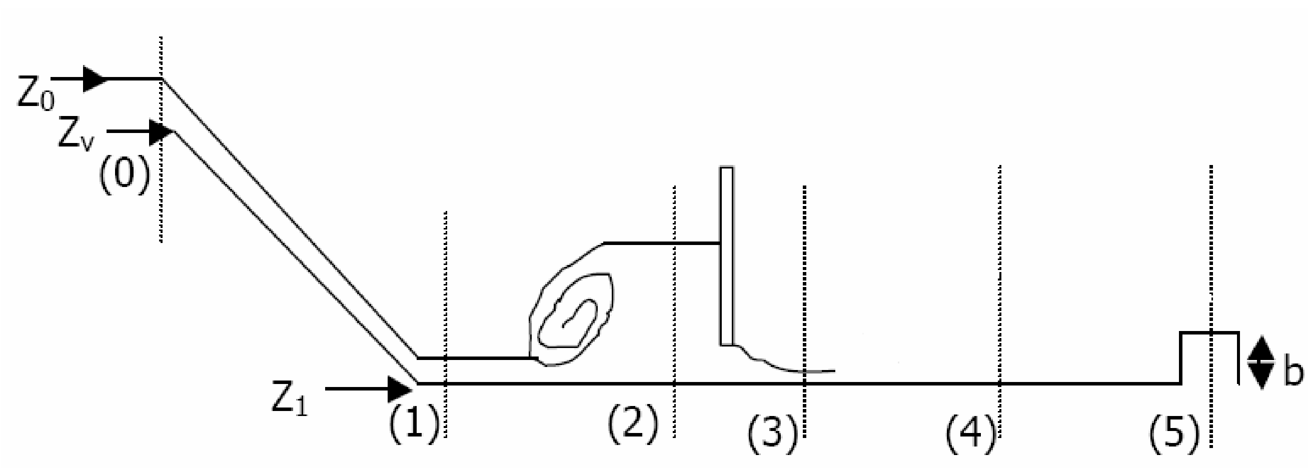
Sem. Primavera 2006
Auxs.: Amparo Edwards
Cristián Godoy

Clase Auxiliar #5
Martes 10 de Octubre 2006

P1.- Un embalse alimenta un canal horizontal rectangular por medio de un rápido de descarga de fuerte pendiente, como se indica en la figura. Calcular la abertura de la compuerta que permite que el resalto que se forma aguas arriba de ella esté ubicado completamente en el canal sin pendiente y que, por lo tanto, no haya influencia de aguas abajo en el rápido de descarga. Además, se pide el caudal que escurre por el sistema y las alturas de escurrimiento en todas las secciones indicadas en la figura.

Indicaciones:
- Desprecie todo tipo de pérdidas en el sistema, excepto las de los resaltos.



Datos: Zo = 11,113 [m]; Zv = 10 [m]; Z1 = 0 [m]; b = 0,4 [m]; μ = 0,611

Pauta P1 Auxiliar #5 Semestre Primavera 2006

Crisis en (0):

$$\Rightarrow z_0 - z_v = E_C = 1{,}113 \ \text{[m]}$$

$$h_C = \frac{2}{3} \cdot E_C = 0{,}742 \ \text{[m]}$$

$$h_C = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = 0{,}742 \Rightarrow q = 2{,}001\,[\text{m}^3/\text{m}^2/\text{s}]$$

Igualdad de Bernoulli entre (0) y (1):

$$\Rightarrow z_v + E_C = E_1 = 11{,}113 = h_1 + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot h_1^2} \Rightarrow h_1 = \begin{cases} 11{,}11 \\ 0{,}136 \\ -0{,}135 \end{cases}$$

Régimen supercrítico (torrente) $\Rightarrow h_1 = 0{,}136 \ \text{[m]}$

Para que el resalto esté en el canal, debe cumplirse $m_1 = m_2$:

$$m_1 = \frac{h_1^2}{2} + \frac{q^2}{g \cdot h_1} = 3{,}013 = m_2 = \frac{h_2^2}{2} + \frac{q^2}{g \cdot h_2} \Rightarrow h_2 = \begin{cases} 2{,}384 \\ 0{,}136 \\ -2{,}52 \end{cases}$$

Régimen subcrítico (río) $\Rightarrow h_2 = 2{,}384\,\text{[m]}$

En la compuerta no hay pérdida de energía:

$$\Rightarrow E_2 = E_3$$

$$E_2 = h_2 + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot h_2^2} = 2{,}420 = E_3 = h_3 + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot h_3^2} \Rightarrow h_3 = \begin{cases} 2{,}384 \\ 0{,}311 \\ -0{,}275 \end{cases}$$

Régimen supercrítico (torrente) $\Rightarrow h_3 = 0{,}311\,\text{[m]} = \mu \cdot a \Rightarrow a = \frac{h_3}{\mu} = 0{,}509\,\text{[m]}$

$$E_3 = E_4 \Rightarrow h_3 = h_4 = 0{,}311\,\text{[m]}$$

$$E_4 = E_5 + b \Rightarrow E_5 = E_4 - b = 2{,}42 - 0{,}4 = 2{,}02\,\text{[m]}$$

$E_C = 1{,}113 < E_5 \Rightarrow$ No hay crisis sobre la grada!

$$2{,}02 = h_5 + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot h_5^2} \Rightarrow h_5 = \begin{cases} 1{,}967 \\ 0{,}350 \\ -0{,}297 \end{cases}$$

Régimen supercrítico (torrente) $\Rightarrow h_5 = 0{,}350\,[\mathrm{m}]$

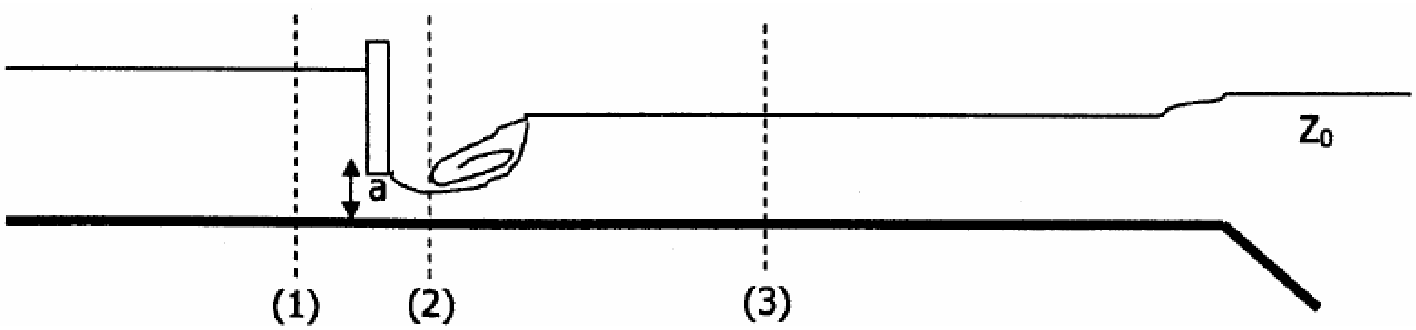
P2.- Considere un canal horizontal rectangular de ancho b, el que conduce un caudal Q hasta un embalse de nivel constante, Zo. El escurrimiento es controlado por una compuerta de abertura a, tal que se forma un resalto completo al pie de ella, como se muestra en la figura.

Suponiendo que la longitud es suficiente para que se desarrolle el resalto y que se pueden despreciar las pérdidas friccionales y la de llegada del canal al embalse, se pide:

a) El caudal que fluye por el sistema, las alturas de escurrimiento aguas arriba y aguas abajo de la compuerta y aguas abajo del resalto.

b) La pérdida de energía del resalto.

c) La fuerza que se ejerce sobre la compuerta.



Datos: a = 50 [cm]; Zo = 2 [m]; b = 3 [m]

Pauta P2 Auxiliar #5 Semestre Primavera 2006

a) $z_0 = E_3 = 2 = h_3 + \dfrac{q^2}{2 \cdot g \cdot h_3^2}$ (1)

$$m_2 = m_3 \Rightarrow \frac{(\mu \cdot a)^2}{2} + \frac{q^2}{g \cdot (\mu \cdot a)} = \frac{h_3^2}{2} + \frac{q^2}{g \cdot h_3} \quad (2)$$

De (1): $q^2 = 2 \cdot g \cdot h_3^2 \cdot (2 - h_3)$

En (2): $$\frac{(0{,}6 \cdot 0{,}5)^2}{2} + \frac{2 \cdot g \cdot h_3^2 \cdot (2 - h_3)}{g \cdot (0{,}6 \cdot 0{,}5)} = \frac{h_3^2}{2} + \frac{2 \cdot g \cdot h_3^2 \cdot (2 - h_3)}{g \cdot h_3} \Rightarrow h_3 = \begin{cases} 1{,}913 \\ 0{,}3 \\ 0{,}012 \end{cases}$$

Régimen subcrítico (río) $\Rightarrow h_3 = 1{,}913$ [m] $\Rightarrow q = 2{,}495$ [m^3/m^2/s]

$$E_2 = \mu \cdot a + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot (\mu \cdot a)^2} = 3{,}829 \text{ [m]}$$

$$3{,}829 = E_1 = h_1 + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot h_1^2} \Rightarrow h_1 = \begin{cases} 3{,}807 \\ 0{,}3 \\ -0{,}278 \end{cases}$$

Régimen subcrítico (río) $\Rightarrow h_1 = 3{,}807$ [m]

b) Pérdida de carga asociada al resalto

$$\Lambda = E_2 - E_3 = 3{,}829 - 2 = 1{,}829 \text{ [m]}$$

c) Fuerza sobre la compuerta

Tomando como hipótesis ley hidrostática de presiones sobre la compuerta (líneas de corriente cuasi paralelas):

$$p_{CG} = \frac{(h_1 - a)}{2} \cdot \rho \cdot g = \frac{(3{,}807 - 0{,}5)}{2} \cdot 1000 \cdot 9{,}8 = 1{,}62 \cdot 10^4 \text{ [Pa]}$$

$$F_{COMP} = p_{CG} \cdot A = \frac{(h_1 - a)}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot (h_1 - a) \cdot b = 1{,}61 \cdot 10^5 \text{ [N]}$$