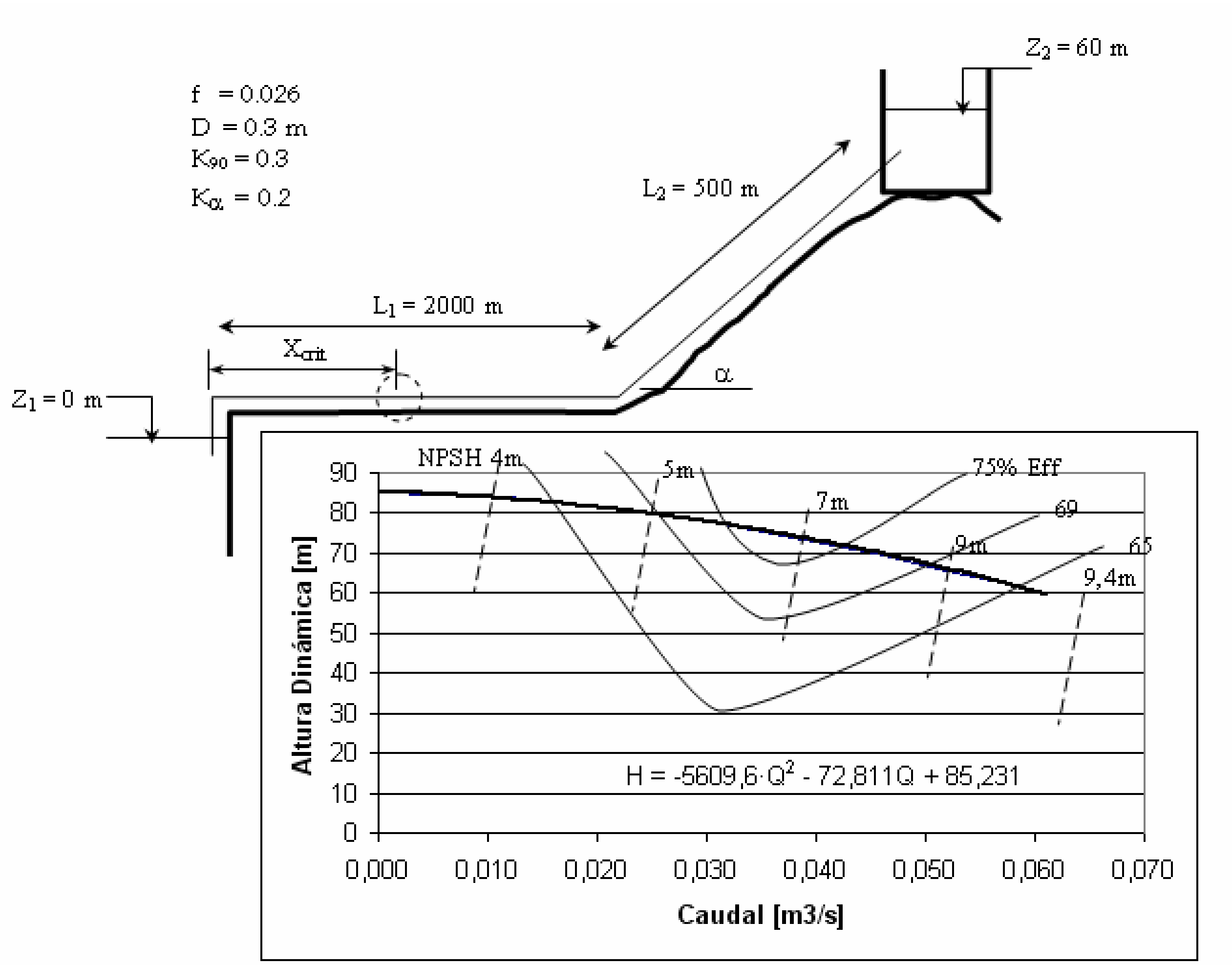
Sem. Primavera 2006
Auxs.: Amparo Edwards
Cristián Godoy

CI41A – Auxiliar #2
Viernes 25 de Agosto 2006

P1) Se desea elevar agua desde un lago hasta un estanque de regadío gravitacional. Para eso se le ha encargado que determine la posición crítica de la bomba disponible, de modo que no existan problemas de cavitación. El esquema de la impulsión se presenta a continuación, junto a la curva de funcionamiento de la bomba. Considerar sólo las pérdidas friccionales y las singulares por cambio de dirección del flujo.

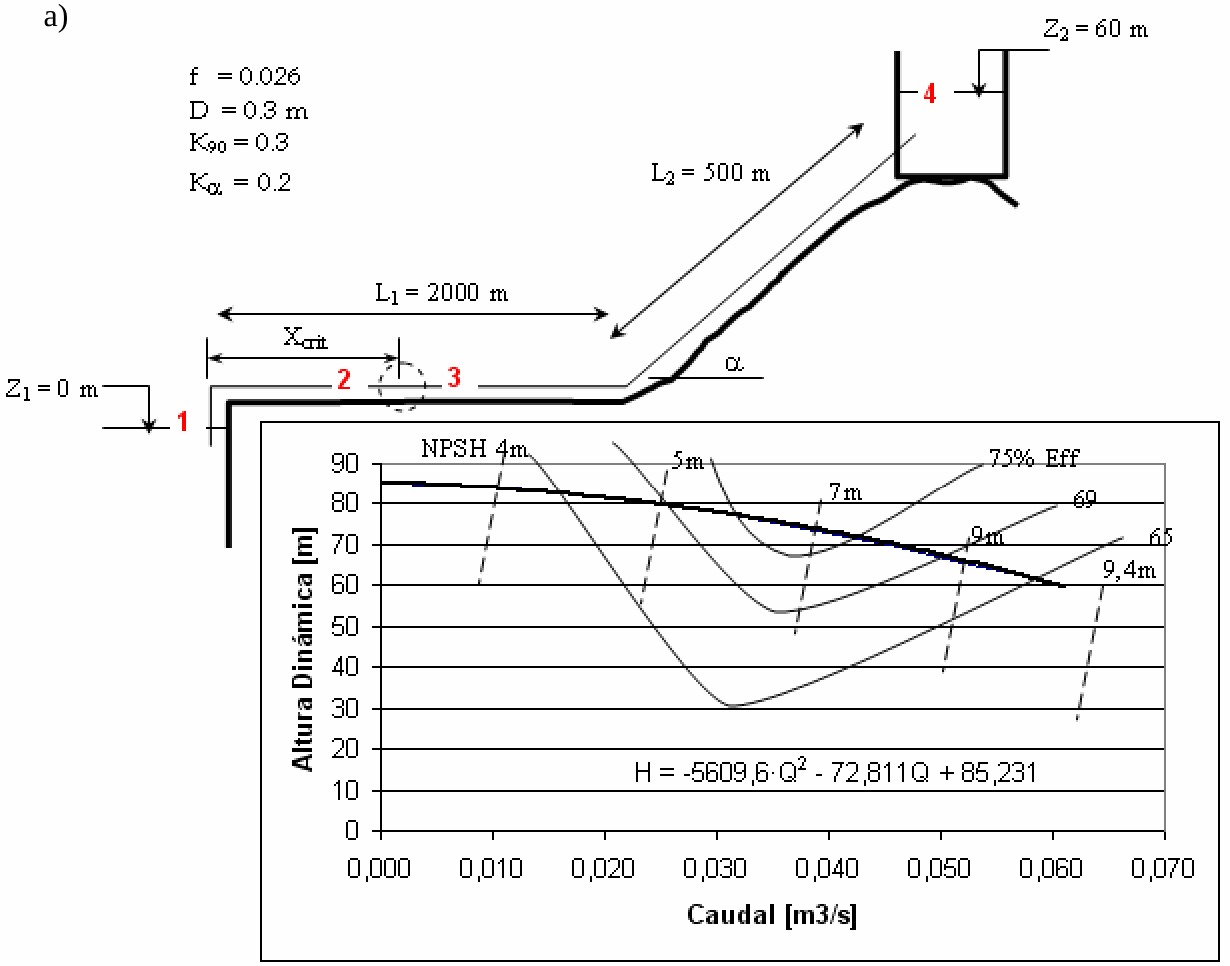


a) Determine la distancia máxima, medida desde la captación (X_{crit}), a la cual se puede ubicar la bomba sin que se produzca cavitación. (Considere que el tramo vertical inicial, es muy corto)

b) Determine la potencia eléctrica consumida por la bomba.

Pauta P1 Auxiliar #2 Primavera 2006

a)



$$B_1 = B_4 + \Lambda_{(1\to4)} - \Delta B \qquad (1)$$

$$B_1 = z_1 = 0$$

$$B_4 = z_2 = 60\,\mathrm{m}$$

$$\Lambda_{(1\to4)} = \Lambda_{f(1\to4)} + \Lambda_{s(1\to4)}$$

$$\Lambda_{f(1\to4)} = f \cdot \frac{(L_1 + L_2)}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

$$\Lambda_{s(1\to4)} = (K_{90} + K_\alpha) \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

Además, $\Delta B = -5609.6 \cdot \left(v \cdot \pi \cdot D^2 / 4\right)^2 - 72.8 \cdot (v \cdot \pi \cdot D^2 / 4) + 85.2$

Ingresando todos los términos a la ecuación (1), y reemplazando con números, se obtiene:

$$0 = 60 + \left[0.026 \cdot \frac{(2000+500)}{0.3} + 0.3 + 0.2\right] \cdot \frac{v^2}{19.6} + 5609.6 \cdot v^2 \cdot \pi^2 \cdot 0.3^4 / 16 + 72.8 \cdot v \cdot \pi \cdot 0.3^2 / 4 - 85.2$$

Resolviendo la ecuación anterior se obtiene:

$v = 0.74\,\mathrm{m/s}$
$Q = v \cdot A = 0.05\,\mathrm{m^3/s}$

Bernoulli en el Punto 2: $B_2 = \dfrac{p_2}{\gamma} + \dfrac{v^2}{2 \cdot g}$

Observando el gráfico de funcionamiento de la bomba, para un caudal de 0.05 m^3/s, se encuentra un valor de NPSH de 9 m.

$$NPSH = \frac{p_{ASP}}{\gamma} - \frac{P_V}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} - (-10.21\,\mathrm{m}) = 9\,\mathrm{m} \Rightarrow \frac{p_2}{\gamma} = -1.21\,\mathrm{m}$$

Energía entre Puntos 1 y 2:

$$B_1 = B_2 + \Lambda_{(1\to2)}$$
$$\Lambda_{(1\to2)} = \Lambda_{f(1\to2)} + \Lambda_{s(1\to2)}$$
$$\Lambda_{f(1\to2)} = f \cdot \frac{(X_{CRIT})}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$
$$\Lambda_{s(1\to2)} = K_{90} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$
$$\Rightarrow 0 = -1.21 + \frac{0.74^2}{19.6} + \left[\frac{0.026 \cdot X_{CRIT}}{0.3} + 0.3\right] \cdot \frac{0.74^2}{19.6} \Rightarrow X_{CRIT} = 484.7\,\mathrm{m}$$

b)

$$POT = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_d}{\eta}$$

Observando nuevamente el gráfico para un caudal de 0.05 m^3/s se obtiene una eficiencia de $\eta = 69\%$

$$H_d = -5609.6 \cdot 0.05^2 - 72.8 \cdot 0.05 + 85.2 = 67.54\,\mathrm{m}$$

$$\Rightarrow POT = \frac{9800 \cdot 0.05 \cdot 67.54}{0.69} = 47963\,(\mathrm{Watt})$$

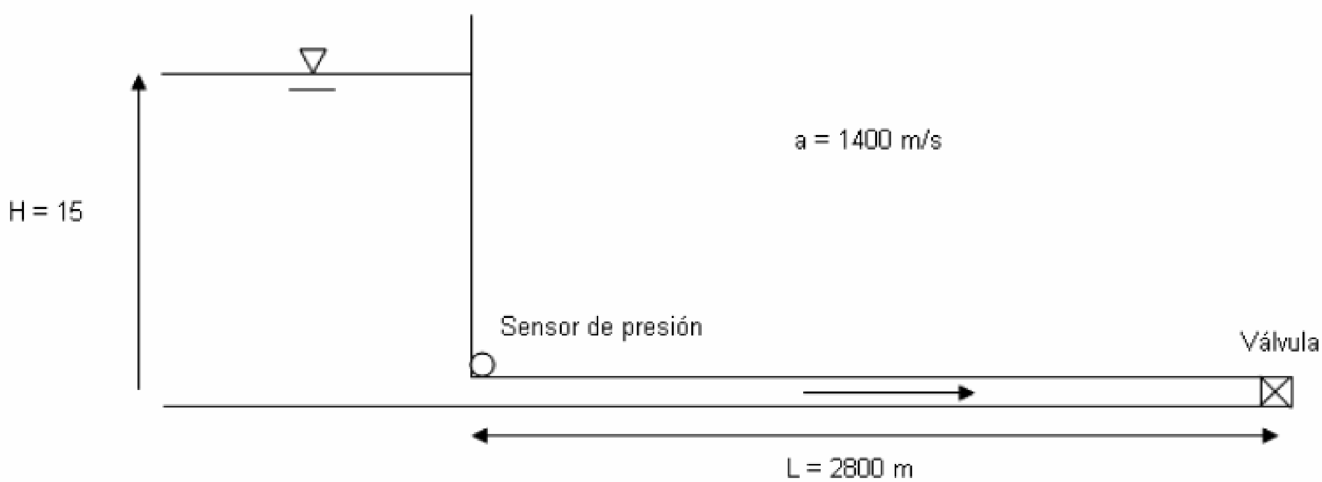
P2) Se tiene un estanque que descarga mediante una tubería, abierta en su extremo inferior a la atmósfera. La descarga del estanque se regula mediante una válvula en el extremo inferior de la tubería, la cual se cierra a la mitad en $t = 1.5$ s, de tal manera que la velocidad final en la tubería es:

$$v_f = \frac{1}{2} \cdot v_0$$

Si no existen pérdidas de energía, se pide:

1. Considerando fluido incompresible y tubería rígida, calcular:
   a) La sobrepresión máxima en la tubería, y en qué lugar de ésta se produce.
   b) ¿En qué instante un sensor de presión ubicado en $x = 0$ detecta el inicio de la operación de la válvula?

2. Considerando fluido compresible y tubería rígida, calcular:
   a) La sobrepresión máxima en la tubería, y en qué lugar de esta se produce.
   b) ¿En qué instante un sensor de presión ubicado en $x = 0$ detecta el inicio de la operación de la válvula?



Pauta P2 Auxiliar #2 Primavera 2006

1. Fluido incompresible, tubería rígida

a) $Ha^*_{\max} = \frac{\alpha^2}{2} \cdot \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4}{\alpha^2}}\right]$ (adimensional)

$$\alpha = \frac{u_0}{H_0} \cdot \frac{L}{g} \cdot \frac{1-\eta_f}{T}$$

$$\eta_f = \frac{A_f}{A} = 0.5$$

Régimen Permanente: $u_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0} = 17.15\,\text{m/s}$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{17.15 \cdot 2800 \cdot 0.5}{15 \cdot 9.8 \cdot 1.5} = 108.9$$

$$\alpha^2 = 11856.8 \Rightarrow Ha^*_{\max} = 11857.8 = \frac{Ha_{\max}}{H_0} \Rightarrow Ha_{\max} = 177867\,\text{m}$$

La sobrepresión se produce en toda la tubería.

b) En el instante $t = 0$, pues como el fluido es incompresible la velocidad de propagación de la onda de presión es infinita.

2. Fluido compresible, tubería rígida

a) $\Delta Ha = -\frac{a}{g} \cdot \Delta u$

$$\Delta u = u_f - u_0 = \frac{u_0}{2} - u_0 = -\frac{u_0}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta Ha = -\frac{a}{g} \cdot -\frac{u_0}{2} = 1225\,\text{m}$$

La sobrepresión máxima se produce en toda la tubería, pero a distinto tiempo.

b) $\Delta t = \frac{L}{a} = \frac{2800}{1400} = 2\,\text{s}.$