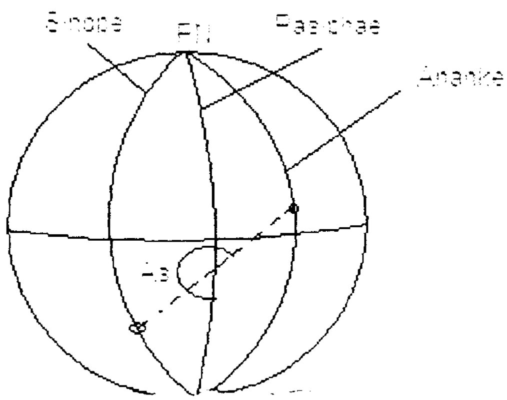
Pregunta N°2:

Una civilización de antiguos astrónomos realizaba cosechas de maíz para ciertas épocas del año. Para ello verificaban la alineación de las sombras del sol con un pilar astronómico cuando el sol culmina en dos de los meridianos del reino, Ananke y Sinope. Las cosechas se deben realizar, por un lado, cuando el sol está culminando en Ananke, teniendo un azimut astronómico de As = 266.956 grad y un ángulo vertical Z = 28.106 grad (época de invierno). Por otro lado, en otra época del año (verano) cuando el sol culmina en Sinope con el mismo ángulo vertical y una sombra colineal con la proyectada en la culminación de Ananke en la cosecha anterior.

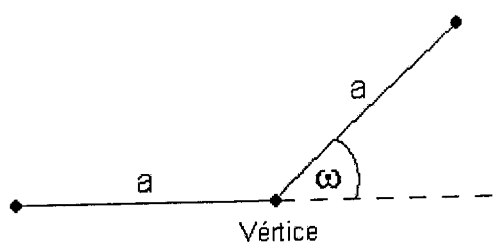
Si se sabe que la ecuación del tiempo cuando el sol culmina en Ananke es $E_{An}=12^h\ 03^m$ y el ángulo horario del sol verdadero de Pasiphae (ciudad capital donde se encuentra el pilar) cuando el sol culmina en Ananke es $H_{sv\ Pas\text{-}ana}= 22^h\ 29^m\ 48.012^{seg}$, se solicita indicar <u>todas</u> las fechas del año posibles para realizar la cosecha (puede suponer movimiento regular del sol en la eclíptica). Además establecer la latitud del pilar astronómico φ_p.

<u>NOTA</u>: Tener especial cuidado de estimar declinaciones y asignar signo respectivo.

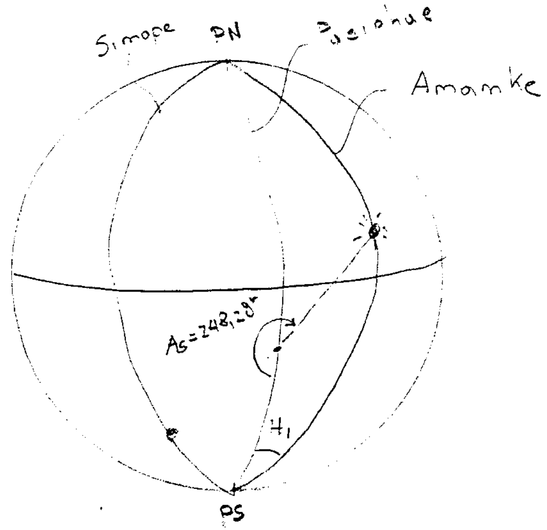


Pregunta N° 2:

Determine cuánto más es (en términos de porcentaje) el largo de desarrollo de una curva clotoide por sobre el de una curva circular para un sistema de tangentes iguales y un ángulo de deflexión ω de 60^{grad}.



P2

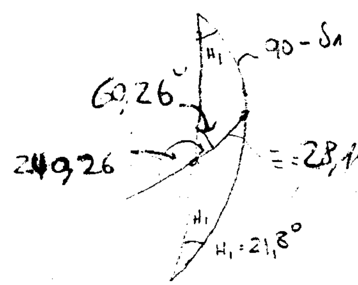


$$TC_{Pos-Am} = H_{sv_{pos-am}} + E_{cul\,am} = 22^h\,29^m\,48{,}012^{seg} + 12^h\,03^m$$

$$TC = H_{sm} + 12\ hrs \Rightarrow 22^h\,29^m\,48{,}012^{seg} + 12^h\,03^m = H_{sm} + 12$$

$$\underline{H_{sm} = 22^h\,32^m\,48{,}012^{seg}} \qquad H_1 = 24^h - 22^h\,32^m\,48{,}012^s$$

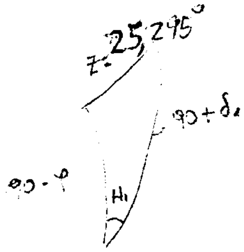
$$\boxed{H_1 = 1{,}4533^{hr}} \qquad \boxed{H_1 = 21{,}8°}$$



$z = \cancel{28{,}106} \;\, 25{,}295°$

$$\frac{\sin 60{,}26°}{\sin(90-\delta_1)} = \frac{\sin 21{,}8°}{\sin 25{,}295°}$$

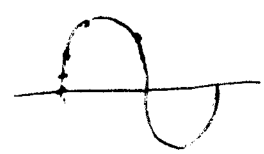
$$\underline{\delta_1 = 2{,}54°}$$

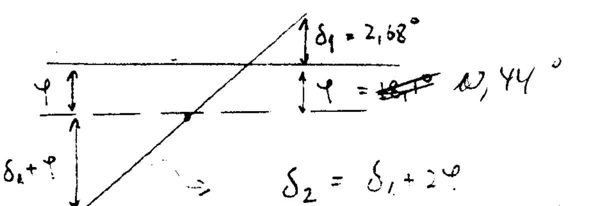


$$\cos 25{,}295° = \cos(90-\varphi)\cos(90+2{,}54) + \sin(90-\varphi)\sin(90+2{,}54)\cos 21{,}8$$

$$\underline{\varphi = 10{,}44°}$$

Por simetría angular





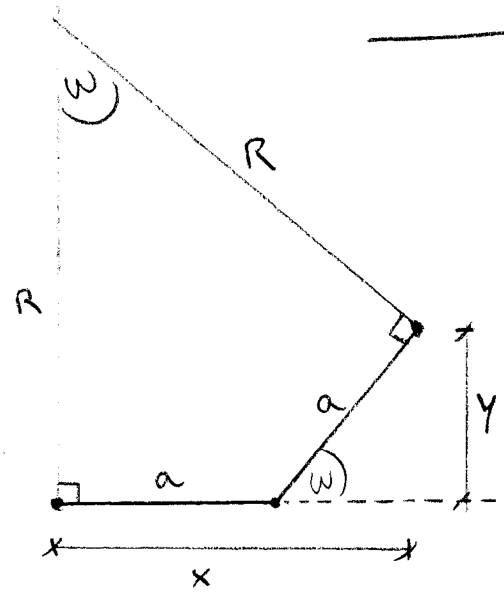
$$\delta_2 = \delta_1 + 2\varphi$$

$$\delta_2 = 2{,}54° + 2 \times 10{,}44°$$

$$\boxed{\delta_2 = 23{,}4°} \rightarrow \text{solsticio de verano HS} \Rightarrow 21 \text{ Diciembre}$$

$\delta_1 = 2{,}54°$ → 31 marzo
→ 11 septiembre

Se corrigió:



Curva circular:

$$R = R\cos\omega + a\,\mathrm{sen}\,\omega \quad (1.0)$$

$$\therefore R = a\,\frac{\mathrm{sen}\,\omega}{1-\cos\omega} = 1.96261a$$

$$L_{circ} = \omega R = a\,\frac{\omega\,\mathrm{sen}\,\omega}{1-\cos\omega} \quad (1.0)$$

$$= 1.8497a$$

Clotoide:

$$\tau = \omega \quad (0.5)$$

$$\left.\begin{array}{l} y = a\,\mathrm{sen}\,\omega \\ y = A\sqrt{2\tau}\left(\frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{42}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow A = \frac{a\,\mathrm{sen}\,\omega}{\sqrt{2\omega}\left(\frac{\omega}{3} - \frac{\omega^3}{42}\right)} \quad (1.5)$$

$$= 2.7496a \qquad (R = 1.4587a)$$

$$L_{clot} = A\sqrt{2\tau} = \frac{a\,\mathrm{sen}\,\omega}{\left(\frac{\omega}{3} - \frac{\omega^3}{42}\right)} \quad (1.0)$$

$$\therefore \frac{L_{clot}}{L_{circ}} = \frac{\cancel{a\,\mathrm{sen}\,\omega}}{\left(\frac{\omega}{3} - \frac{\omega^3}{42}\right)} \cdot \frac{(1-\cos\omega)}{a\,\omega\,\cancel{\mathrm{sen}\,\omega}} = \frac{1-\cos\omega}{\frac{\omega^2}{3} - \frac{\omega^4}{42}} = 1.4865$$

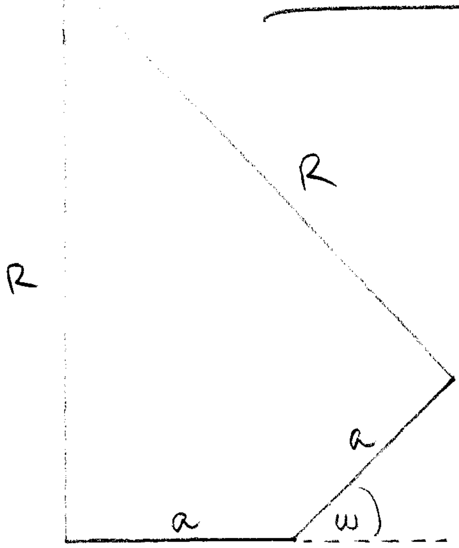
$\Rightarrow$ L_{clot} es un 48.65% más largo que L_{circ}. (1.0)

Si toman:

$$\left.\begin{array}{l} x = a(1+\cos\omega) \\ x = A\sqrt{2\tau}\left(1 - \frac{\tau^2}{10} + \cancel{\frac{\tau^4}{216}}\right) \end{array}\right\} A = \frac{a(1+\cos\omega)}{\sqrt{2\omega}\left(1 - \frac{\omega^2}{10}\right)} \quad (1.0)$$

$$L_{clot} = A\sqrt{2\omega} = \frac{a(1+\cos\omega)}{\left(1 - \frac{\omega^2}{10}\right)} \Longrightarrow \frac{L_{clot}}{L_{circ}} = 0.942 \;!!!$$

$$= 1.7426a \quad (1.0)$$



CURVA CIRCULAR:

$$R = R\cos\omega + a\,\mathrm{sen}\,\omega$$

$$\therefore R = a\,\frac{\mathrm{sen}\,\omega}{1-\cos\omega}$$

$$L_{circ} = \omega R = \frac{a\,\omega\,\mathrm{sen}\,\omega}{1-\cos\omega} = 1.8497\,a$$

CLOTOIDE: ES IMPOSIBLE HACER UNA CURVA CLOTOIDE DE TANGENTES IGUALES Y ÁNGULO $\tau = 60^{grad}$