

**UNIVERSIDAD DE CHILE**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS**  
**DEPARTAMENTO DE OBRAS CIVILES**

# **MECANICA DE FLUIDOS I**

**Prof. Ing. HORACIO MERY M.**

**SANTIAGO - CHILE**

**1972**

# CAPITULO I

## PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

### 1.- INTRODUCCION.

La Mecánica de los Fluidos es la parte de la Mecánica Aplicada que se ocupa de los fluidos, entendiéndose por ellos a líquidos y gases. El estudio de las condiciones de equilibrio que rigen a los fluidos constituye la estática de los fluidos y el estudio del movimiento de los fluidos y de sus causas constituye la fluido-dinámica.

La Mecánica de los Fluidos es una ciencia básica de la Ingeniería moderna y ocupa un lugar importante dentro del marco de las ciencias tecnológicas. Entre las ramas más importantes de esta ciencia podemos mencionar a la Hidráulica, la Aerodinámica, la Ingeniería Naval, el Diseño de Turbomáquinas, etc.

La materia puede ser clasificada, de acuerdo a sus características físicas en tres estados, conocidos también como fases de la materia: sólido, líquido y gas o vapor. Estamos familiarizados con las diferencias entre fluidos y sólidos, pero también sabemos que líquidos y gases tienen un comportamiento físico distinto. Sin embargo desde el punto de vista de la Mecánica de Fluidos, es posible formular principios, teoremas y ecuaciones que son absolutamente válidos para líquidos y gases. El comportamiento mecánico de líquidos y gases es similar y a su vez diferente de los sólidos, fundamentalmente por la forma de reaccionar ante las fuerzas tangenciales.

En el caso de un sólido elástico, al quedar sometido a una fuerza tangencial o esfuerzo de corte, éste se deformará en una magnitud proporcional al esfuerzo aplicado quedando en un estado de equilibrio elástico. En cambio, un fluido al ser sometido a esfuerzos tangenciales, se deformará en forma continua, aún cuando el esfuerzo sea muy pequeño. En otras palabras, un sólido al quedar sometido a esfuerzos tangenciales sufrirá una deformación angular, en cambio un fluido sufrirá una velocidad de deformación angular.

En la figura 1, resumimos los conceptos anteriores.

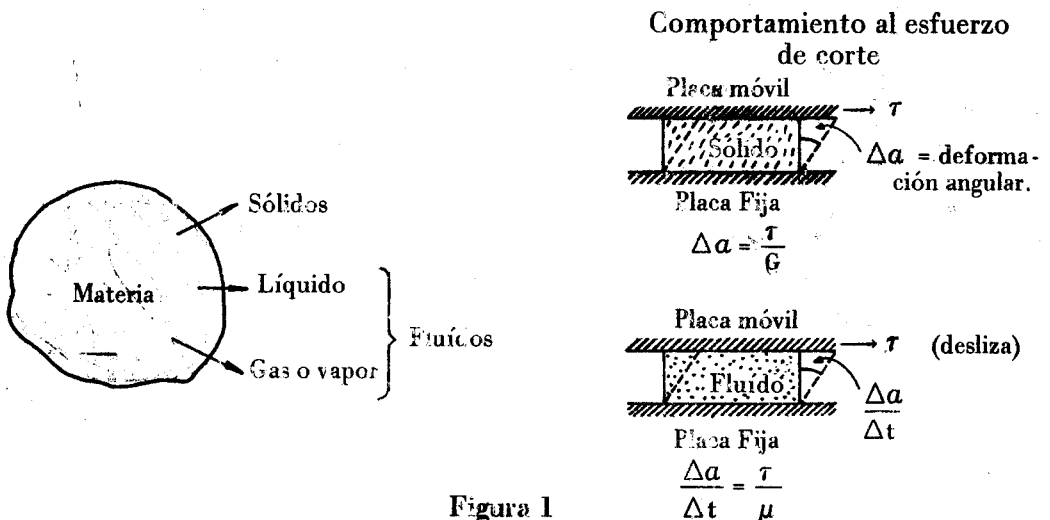


Figura 1

## 2.- SISTEMAS Y UNIDADES DE MEDIDAS.

El movimiento de los fluidos es básicamente un problema de mecánica y se sabe de la física que es posible restringir el número de dimensiones básicas a 4, que son: longitud [L], fuerza [F], masa [M], tiempo [T]. Sin embargo, de acuerdo con el principio de Newton:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \vec{a} = \text{aceleración}$$

o dimensionalmente:  $[F] = [M \cdot L \cdot T^{-2}]$

es decir, las cuatro dimensiones básicas pueden reducirse a sólo tres. Se utilizan sistemas de unidades que tienen como unidades fundamentales las correspondientes a

$$[L], [M], [T]$$

o bien  $[L], [F], [T]$

Todas las unidades correspondientes a otras magnitudes mecánicas son derivadas de las unidades fundamentales.

Por otra parte, en virtud de la ecuación fundamental que liga fuerza con masa y aceleración, el peso de un cuerpo está ligado a su masa:

$$P = m \cdot g \quad g = \text{aceleración de gravedad}$$

“El peso de la unidad de masa es igual a “g” unidades de fuerza”.

Pasaremos una rápida revista a los cinco sistemas de unidades que se utilizan más corrientemente en la Mecánica de Fluidos.

### 2.1 Sistema G.G.S.

Unidades fundamentales: centímetro [cm], gramo-masa [gm], segundo [s].

El centímetro se define como la centésima parte del metro, que es una unidad arbitraria de longitud.

El gramo-masa se define como la milésima parte del kilo-masa que es también una unidad arbitraria.

El segundo es la 86.400 av. parte del día solar medio.

La unidad de fuerza es una unidad derivada en este sistema y se denomina “dina”. Es la fuerza necesaria para imprimir al gramo-masa una aceleración de  $1 \text{ cm/s}^2$ .

El peso del [gr] se denomina gramo-peso [gr] y vale:

$$1 [\text{gr}] = 980 [\text{dinas}]$$

La aceleración de gravedad vale en este sistema:

$$g = 980 [\text{cm/s}^2]$$

## 2.2 Sistema M.K.S.

Unidades fundamentales: metro [m], kilogramo-masa [kgm], segundo [s].

La unidad de fuerza en este sistema es una unidad derivada llamada "Newton" [new], y se define como la fuerza necesaria para imprimir a 1 [kgm] una aceleración de 1 [m/s<sup>2</sup>].

$$1 [\text{new}] = 10^5 [\text{dinas}]$$

El peso de 1 [kgm] se denomina "kilo-peso" [kg] y es igual a:

$$1 [\text{kg}] = 1 [\text{kgm}] \cdot 9,8 [\text{m/s}^2] = 9,8 [\text{new}]$$

La unidad de trabajo en el sistema M.K.S. se llama "Joule" y es igual a:

$$1 [\text{joule}] = 1 [\text{new}] \cdot 1 [\text{m}] = 10^7 [\text{erg}]$$

La unidad de potencia es el "Watt" y es igual a:

$$1 [\text{watt}] = 1 [\text{joule/s}] = 10^7 [\text{erg/s}]$$

El sistema MKS es usado en la Electrotecnia.

## 2.3 Sistema Británico de Unidades.

Este sistema de unidades es equivalente al métrico MKS. Las unidades fundamentales son: pie, libra-masa [lbm], segundo [s].

$$1 \text{ pie} = 0,30479 [\text{m}]$$

$$1 \text{ lbm} = 0,4536 [\text{kgm}]$$

Siendo éstas sus equivalencias con el sistema métrico.

La unidad de fuerza de este sistema, unidad derivada, se llama "poundal" y es la fuerza necesaria para imprimir a 1 [lbm] la aceleración de 1 [pie/s<sup>2</sup>].

$$1 [\text{pound}] = 1 [\text{lbm} \cdot \text{pie/s}^2]$$

Además, se tienen las siguientes equivalencias con las unidades MKS:

$$1 [\text{pound}] = 0,1375 [\text{new}]$$

$$1 [\text{new}] = 7,30 [\text{pound}]$$

## 2.4 Sistema Técnico de Unidades.

Unidades fundamentales: metro [m], kilogramo-peso [kg], segundo [s].

La unidad fundamental de fuerza es el [kg] y se define como la fuerza con que la tierra atrae al kilogramo-masa, que es una unidad convencional.

La unidad de masa de este sistema es una unidad derivada y desgraciadamente no tiene nombre. La denominaremos simplemente "unidad técnica de masa" [u.t.m.]. Está definida como aquella masa que al aplicarle la fuerza de 1 [kg] adquiere la aceleración de 1 [m/s<sup>2</sup>]. La equivalencia entre el [kgm] y la [u.t.m.] es

$$1 \text{ [kg]} = 1 \text{ [u.t.m.]} \cdot 1 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$1 \text{ [kg]} = 1 \text{ [kgm]} \cdot 9,8 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$1 \text{ [u.t.m.]} \cdot 1 \text{ [m/s}^2\text{]} = 1 \text{ [kgm]} \cdot 9,8 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$1 \text{ [u.t.m.]} = 9,8 \text{ [kgm]}$$

La unidad de trabajo de este sistema es el "kilográmetro" [kg-m] y la unidad de potencia es el "kilográmetro por segundo" [kg-m/s].

En este curso de Mecánica de Fluidos usaremos preferentemente este sistema de unidades. Sin embargo el alumno debe estar en condiciones de utilizar cualquiera de los sistemas mencionados.

## 2.5 Sistema Americano de Unidades.

Este sistema es el equivalente al sistema métrico técnico de unidades. Las unidades fundamentales son: pie, libra-peso [lb], segundo [s].

$$1 \text{ [lb]} = 0,4536 \text{ [kg]}$$

En este sistema, la unidad de masa es derivada y se denomina [slug].

Es la masa que al aplicarle la fuerza de 1 [lb] se acelera con 1 [pie/s<sup>2</sup>]

$$\text{Luego: } 1 \text{ [slug]} = 1 \text{ [lb} \cdot \text{s}^2\text{/pie]}$$

Tenemos entonces que: 1 [slug] pesa 32,2 [lb] y equivale a una masa de 32,2 [lbm] = 32,2 · 0,4536 = 14,6 [kgm]. Las otras unidades derivadas se deducen de una manera similar y no presentan un interés especial.

## 3.- PROPIEDADES Y ESTADOS DE LOS FLUIDOS.

Una propiedad es una característica de una sustancia y es invariante cuando la sustancia está en un estado particular. En cada estado la condición de una sustancia es única y está descrita por sus propiedades. En Termodinámica se hace una distinción entre **propiedades de extensión**, cuyo valor depende de la cantidad de sustancia, y **propiedad de intensidad**, que tiene un valor independiente de la cantidad de sustancia.

Por ejemplo, volumen total, energía total, peso total de una sustancia son propiedades de extensión. En cambio, temperatura, presión, viscosidad y tensión son propiedades independientes de la cantidad de (masa) sustancia y son propiedades de intensidad. También son propiedades de intensidad: el volumen específico (volumen por unidad de masa), energía específica (energía por unidad de masa), etc.

En un volumen finito o masa finita de un fluido, los valores de las propiedades de intensidad pueden variar de una partícula a otra.

Es importante establecer el concepto de continuidad que utilizaremos en la Mecánica de los Fluidos. En efecto, aceptaremos que un fluido es un medio continuo. Sabemos de la física, que los fluidos como todas las sustancias, se componen de moléculas, entre las cuales quedan espacios vacíos de dimensiones mucho mayores que las moléculas mismas. En un medio discontinuo como éste, los conceptos de presión, densidad, viscosidad, etc. en un punto, no tienen sentido. Desde el punto de vista de la Mecánica de Fluidos, en la gran mayoría de los casos, no interesa estudiar el comportamiento molecular, sino que interesa estudiar el comportamiento del fluido como un todo. En otras palabras, interesa el concepto macroscópico del fluido, prescindiendo de los fenómenos moleculares, aún cuando para explicar estas propiedades aceptaremos por supuesto la existencia de tales fenómenos. Fenómenos, como por ejemplo la distorsión producida por los esfuerzos tangenciales o la celeridad de propagación de los fenómenos térmicos, los explicaremos atribuyendo al medio continuo propiedades inherentes a la sustancia, como son la viscosidad y la conductibilidad térmica. Al proceder de esta manera renunciamos a una explicación más íntima de los fenómenos, pero logramos en cambio simplificar la teoría.

#### 4.- CONCEPTOS Y PROPIEDADES IMPORTANTES DE LOS FLUIDOS.

##### 4.1 Presión (p) y Tensión Tangencial ( $\tau$ ).

4.1.1. Presión es fuerza normal por unidad de área. En un volumen de materia aislado como un cuerpo libre, un sistema de fuerzas actúa sobre el volumen y en particular un sistema de fuerzas actúa sobre cada elemento de área de la superficie. En general, una fuerza superficial tendrá componentes perpendicular y paralela a la superficie. En cualquier punto, la componente perpendicular por unidad de área se llama "esfuerzo normal". Si ella es una compresión, se llama simplemente "presión". La presión es un escalar y la fuerza asociada con una presión dada, actuando sobre un área elemental  $dS$  es:

$$d\vec{F}_n = p \cdot \hat{n} dS \quad \hat{n} = \text{vector unitario positivo actuando hacia el interior del volumen.}$$

Así, en un punto en el interior de una masa fluída, la dirección de la fuerza de presión depende de la orientación del plano que se considere.

La presión se mide en forma absoluta (llamada presión absoluta) o en forma relativa a la presión atmosférica del lugar (llamada presión manométrica). Así:

$$p(\text{manon}) = p(\text{absoluta}) - p_a \quad ; \quad p_a = \text{presión atmosférica.}$$

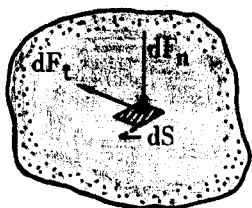


Figura 2

Se define a la "atmósfera standard" como a una presión de:

$$1 \text{ [atmósfera standard]} = 1,033 \text{ [kg/cm}^2 \text{]}$$

En casos poco frecuentes los líquidos pueden soportar esfuerzos de tracción pequeños, los cuales denominaremos como "presión negativa absoluta".

4.1.2 Tensión tangencial es fuerza tangencial por unidad de área y queda dada por la fuerza paralela a la superficie:

$$d\vec{F}_t = \tau \hat{t} dS \quad \hat{t} = \text{vector unitario contenido en el plano tangente a la superficie y dado por la fuerza tangencial } F_t.$$

La tensión tangencial  $\tau$ , igual que la presión, es un escalar.

## 4.2 Temperatura (T).

Dos cuerpos en equilibrio térmico adquieren el mismo valor de la propiedad que llamamos temperatura. Cambios en la temperatura producen cambios en las otras propiedades de la materia y nos permiten obtener métodos para medirla. Un ejemplo es la expansión de una columna de mercurio con el aumento de temperatura, otro es el aumento de presión de un gas confinado en un volumen constante con el aumento de temperatura.

Denominaremos T a la temperatura absoluta y t a la relativa.

Si t se mide en grados Celcius, la temperatura absoluta puede expresarse en:

$$T = 273^\circ + t_c \text{ [}^\circ\text{Kelvin]}$$

Temperatura Fahrenheit:  $0^\circ \text{ C} \rightarrow 32^\circ \text{ F}$ ;  $100^\circ \text{ C} \rightarrow 212^\circ \text{ F}$

$$t_c = \frac{5}{9} (t_f - 32)$$

$$t_f = \frac{9}{5} t_c + 32$$

## 4.3 Densidad ( $\rho$ ).

Densidad es masa por unidad de volumen. Una cantidad dada de materia representa una cierta masa la que es invariante. De aquí que la densidad es constante si el volumen es constante. Los líquidos pueden ser considerados prácticamente de densidad constante si la temperatura no cambia sensiblemente. En los gases, en cambio, la densidad varía, al cambiar la presión y la temperatura.

$$\rho = \frac{M}{V}$$

#### 4.4 Peso Específico ( $\gamma$ ).

Peso específico es peso por unidad de volumen. El peso depende del campo gravitacional. En consecuencia, el peso específico, en contraste con la densidad, depende del campo gravitacional.

$$\gamma = \frac{P}{V} = \frac{M}{V} \cdot g$$

$$\gamma = g \cdot \rho \quad (4.1)$$

#### 4.5 Viscosidad Dinámica ( $\mu$ ).

De acuerdo al concepto de fluidez mencionado en el párrafo 1, los fluidos son sustancias que se deforman al quedar sometidos a esfuerzos tangenciales, por pequeños que sean.

Consideraremos dos placas paralelas, separadas entre sí por una distancia  $\Delta y$ , y de dimensiones suficientemente grandes de modo que no sea necesario tomar en cuenta las condiciones de borde. Supongamos además, que las placas no tienen peso. La inferior es fija y la superior es móvil. (Ver fig. 3)

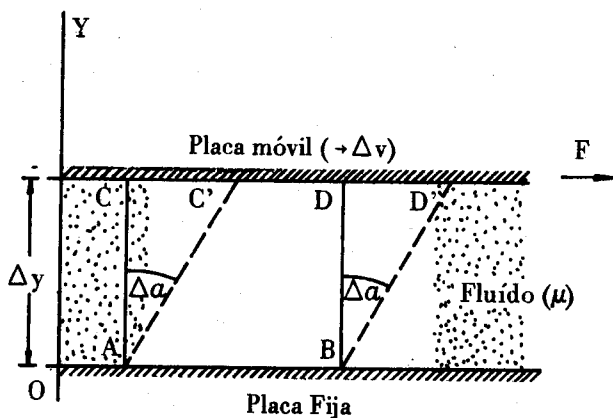


Figura 3

Si la placa superior se somete a una fuerza  $F$ , que se traducirá en una tensión tangencial  $\tau = \frac{F}{S}$  y la placa móvil se desliza, por pequeña que sea la fuerza  $\tau$ , admitiremos que la sustancia entre las placas es un fluido.

La experiencia ha establecido, sin lugar a dudas, que tratándose de un fluido real, sus partículas en contacto directo con las placas, no se mueven en relación a ellas. Es decir estas partículas están adheridas a las placas. Este es un principio general, cuando un fluido se mueve las partículas en contacto directo con las paredes que canalizan al fluido están en reposo, es decir, adheridas a las paredes.



Consideremos el elemento de fluido ABCD por una unidad de anchura. Al aplicarle una tensión tangencial  $\tau$ , la placa se desliza con una velocidad  $\Delta v$  y al cabo de un tiempo  $\Delta t$ , el paralelepípedo elemental estará en posición ABC'D'. Los puntos A y B han permanecido fijos, en tanto que los puntos C y D se han desplazado con la placa hasta alcanzar la nueva posición C'D'.

Podemos establecer entonces:

$$\overline{CC'} = \overline{DD'} = \Delta v \cdot \Delta t \quad ; \quad \Delta a = \frac{\overline{CC'}}{\Delta y}$$

$$\Delta a = \frac{\Delta v}{\Delta y} \cdot \Delta t \quad ; \quad \frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta y} \quad (4.2)$$

La relación (4.2) dice que la velocidad de distorsión angular  $(\Delta a / \Delta t)$ , es igual al gradiente de la velocidad según la normal al movimiento, (riguroso sólo si  $\Delta y$  es pequeño).

Se ha comprobado que muchos fluidos verifican que la tensión tangencial  $\tau$  es proporcional a la velocidad de distorsión. Es decir, se cumple una relación del tipo:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad (4.3)$$

El coeficiente de proporcionalidad  $\mu$  es una constante característica del fluido (depende de la temperatura y de la presión del fluido). Esta constante recibe el nombre de "viscosidad dinámica".

La ec. (4.3) es conocida como la ec. de Newton-Navier y los fluidos que la cumplen se llaman "fluidos newtonianos". Si tal coeficiente de proporcionalidad es variable, diremos que el fluido es "no-newtoniano".

En el caso de que la figura anterior represente un sólido entre placas, al aplicarle una tensión tangencial  $\tau$ , la deformación angular  $\Delta a$  es:

$$\Delta a = \frac{\overline{CC'}}{\Delta y} \quad y \quad \overline{CC'} = \Delta y \cdot \frac{\tau}{G}$$

luego:  $\tau = G \cdot \Delta a \quad (4.4)$

$G$  = módulo de elasticidad transversal del sólido.

Podemos ver la diferencia entre sólido y fluido comparando las ecuaciones (4.3) y (4.4). Al aplicar una tensión tangencial  $\tau$  a un fluido, éste escurre, es decir, adquiere una velocidad de distorsión angular. En cambio en el caso de un sólido, éste adquiere una deformación determinada  $\Delta a$ .

En muchos problemas de la Mecánica de Fluidos se recurre a una ficción o abstracción física; es el denominado "fluido ideal o perfecto", el que se caracteriza por ser un fluido sin viscosidad ( $\mu = 0$ ). En otras palabras, es un fluido que no opone resistencia a deformarse. De aquí que en el seno de un fluido perfecto sólo pueden producirse esfuerzos normales.

En general, líquidos y gases de baja viscosidad, como son el agua y el aire pueden ser considerados como fluidos newtonianos, no así los líquidos y gases gruesos o viscosos. En los fluidos reales, siempre que una capa de fluido resbale sobre otra, se producirán esfuerzos tangenciales.

Existen también sustancias que presentan una relación lineal entre velocidad de deformación angular y tensión tangencial, pero ésta debe sobrepasar cierto umbral  $\tau_0$ , llamado "límite de fluencia". Es decir, se verifica en este caso:

$$\tau = \tau_0 + \eta \cdot \frac{dv}{dy} \quad (4.5)$$

Estos son los plásticos ideales. Los plásticos reales no cumplen la relación lineal (4.5).

El siguiente diagrama (fig. 4) resume claramente los conceptos anteriores:

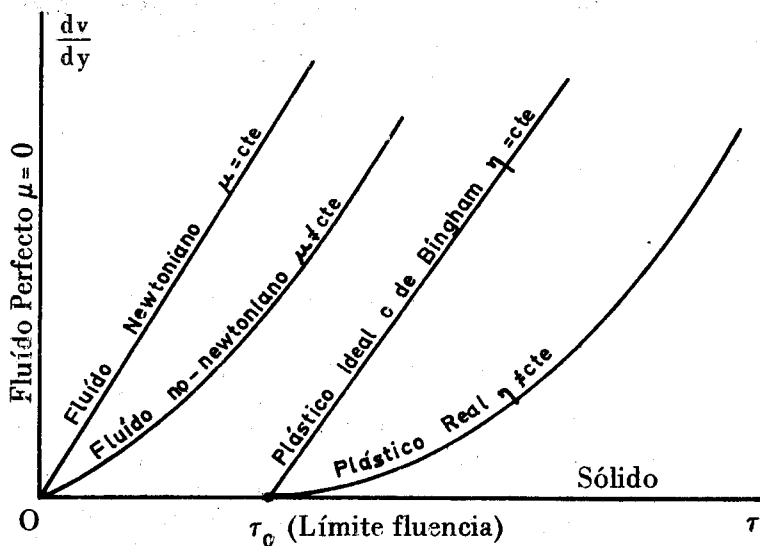


Figura 4

Las dimensiones de la viscosidad pueden obtenerse directamente de la ecuación de definición (4.3):

$$\mu = \frac{\tau}{\left(\frac{dv}{dy}\right)}$$

### Sistema GGS.

$$[\mu] = [ML^{-1} T^{-1}]$$

La unidad es  $1 \text{ [gm} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$  y se llama “poise”, en honor al físico Poiseville, uno de los primeros investigadores en el campo de los fluidos viscosos. Dado el orden de magnitud de las viscosidades, en la práctica, por motivos de comodidad se utiliza una unidad menor, que es el centi-poise.

$$1 \text{ [centipoise]} = 10^{-2} \text{ [poise]}$$

### Sistema MKS.

La unidad es  $1 \text{ [kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$ , la que no tiene nombre.

### Sistema Técnico.

$$[\mu] = [FL^{-2} T]$$

La unidad es  $1 \text{ [kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}]$ , la que no tiene nombre. Para convertir unidades técnicas en GGS, se debe tener presente la siguiente conversión:

$$1 \text{ [kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}] = 98 \text{ [poises]}$$

A modo de información, el agua tiene a  $20^{\circ}\text{C}$ , una viscosidad de  $1 \text{ [centi-poise]}$ .

La viscosidad dinámica es una función de la temperatura y de la presión. La dependencia de la presión es prácticamente despreciable en los líquidos y es muy pequeña o casi despreciable en los gases y vapores, a menos que su presión sea muy alta. En cambio la viscosidad depende grandemente de la temperatura: la viscosidad de un líquido disminuye al aumentar la temperatura y en un gas sucede lo contrario. La explicación de este fenómeno la obtenemos examinando las causas de la viscosidad. Entre ellas debemos considerar la cohesión molecular por una parte y la transferencia de cantidad de movimiento molecular por otra. En los líquidos la causa predominante de la viscosidad es la cohesión molecular, fenómeno que se acentúa al bajar la temperatura. En los gases la causa predominante es la transferencia de cantidad de movimiento molecular que se acentúa al aumentar la temperatura.

Al final del capítulo se dan valores de la viscosidad para algunos líquidos y gases.

### 4.6 Viscosidad Cinemática ( $\nu$ ).

En las ecuaciones de la Mecánica de Fluidos aparece normalmente el término  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ , siendo  $\mu$  la viscosidad y  $\rho$  la densidad. El término  $\nu$  es conocido como viscosidad cinemática. Las dimensiones de este término son  $[L^2 T^{-1}]$  (dimensiones cinemáticas). La unidad CGS se llama “stoke”.

$$1 \text{ [stoke]} = 1 \text{ [cm}^2/\text{s]}$$

La unidad técnica no tiene nombre y existe la siguiente equivalencia:

$$1 \text{ [m}^2/\text{s]} = 10^4 \text{ [stokes]}$$

#### 4.7 Calor específico (C).

El calor específico es la cantidad de calor necesaria para elevar en  $1^\circ\text{C}$  la temperatura de la unidad de masa. En el sistema MKS el calor específico se mide en  $[\text{k-cal/kgm}]$ . El calor específico debe determinarse experimentalmente o debe ser calculado de la teoría molecular.

El calor específico de los gases y vapores depende de la forma como se efectúa el cambio de estado. Así, distinguimos el calor específico a volumen constante ( $C_v$ ) y calor específico a presión constante ( $C_p$ ). En general ambos valores son función de la temperatura.

#### 4.8 Energía interna (u).

La energía específica interna se mide como energía por unidad de masa, usualmente en  $[\text{k-cal/kgm}]$ . La energía interna representa la energía interna molecular y cinética de la sustancia y depende fundamentalmente de la temperatura. Al final del capítulo damos valores de  $u$  para el aire a diferentes temperaturas.

Para un gas perfecto, la energía interna es sólo función de la temperatura. En Termodinámica se demuestra que se cumple la siguiente relación:

$$du = C_v \cdot dT \quad (4.6)$$

$$\text{si } C_v \text{ es constante: } u_2 - u_1 = C_v (T_2 - T_1) \quad (4.7)$$

Las ecuaciones anteriores son válidas para cualquier proceso de cambio de estado entre las temperaturas  $T_1$  y  $T_2$ . El aire cumple con las leyes de los gases perfectos con bastante aproximación.

#### 4.9 Entalpía ( $u + p/\rho$ ).

La suma de términos ( $u + p/\rho$ ) se llama entalpía específica o simplemente entalpía y la designaremos usualmente por "h". Como  $u$ ,  $p$  y  $\rho$  son todas propiedades, la entalpía también lo es. La entalpía específica se mide como energía por unidad de masa y usualmente en  $[\text{kcal/kgm}]$ . Recordemos la equivalencia mecánica del calor:

$$1 \text{ [kcal]} = 422 \text{ [kg} \cdot \text{m]}$$

Para un gas perfecto en reposo, la entalpía es una función solamente de la temperatura. Puede calcularse de la relación:

$$d \left( u + \frac{p}{\rho} \right) = C_p dT \quad (4.8)$$

$$\left( u + \frac{p}{\rho} \right)_2 - \left( u + \frac{p}{\rho} \right)_1 = C_p (T_2 - T_1) \quad (4.9)$$

Esta ecuación puede aplicarse a cualquier proceso de cambio de estado entre las temperaturas  $T_1$  y  $T_2$ .

#### 4.10 Modulo de Elasticidad (E) y Compresibilidad.

Compresibilidad es la medida de cambio de volumen o de densidad, cuando la sustancia es sometida a cambios de presión. La compresibilidad de un fluido queda de manifiesto mediante el módulo de compresibilidad, E, que lo definimos como:

$$E = - \frac{dp}{dV/V} \quad (4.10)$$

o bien 
$$E = \frac{dp}{d\rho/\rho} \quad (4.11)$$

En que:  $V$  = volumen  
 $dV$  = variación elemental de volumen  
 $dp$  = variación elemental de presión  
 $\rho$  = densidad  
 $d\rho$  = variación elemental de densidad

El signo menos en la relación (4.10) indica una disminución en el volumen  $V$  con un aumento de la presión. La variación de volumen, al producirse una variación de presión, se calcula con la ecuación (4.10).

$$dV = - \frac{dp}{E} \cdot V \quad (4.12)$$

El módulo de compresibilidad E se mide en las mismas unidades de la presión, es decir sus unidades son de  $[FL^{-2}]$ . Obsérvese, al menos teóricamente, que si E es constante, al aplicar una variación de presión igual a E, la disminución del volumen es igual a  $V$ .

En el caso de los líquidos, E se mantiene constante para las presiones ordinarias. El agua a la temperatura ordinaria tiene un módulo de  $E = 22.000 [kg/cm^2]$ .

En el caso de los gases y vapores, el módulo de compresibilidad es variable, depende de la presión y de la forma en que se produce el proceso de cambio de volumen o de densidad. Es posible demostrar en forma muy simple que si el proceso es isothermal, se verifica (ley de Boyle-Mariotte):

$$E = p \quad (4.13)$$

Y que si el proceso es adiabático se cumple:

$$E = k \cdot p \quad (4.14)$$

Siendo  $k = C_p/C_v$  y p la presión absoluta.

Para el aire, vemos que el  $E$  isoterma es del orden de  $1 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$ , lo cual nos indica que el aire es 22.000 veces más compresible que el agua. El agua es alrededor de 100 veces más compresible que el acero ( $E = 2.200.000 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$ ).

Veamos a modo de ejemplo: ¿En cuánto aumenta la densidad del agua, al aumentar la presión en  $100 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$ ?

De acuerdo a la ecuación (4.11) se verifica:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{1}{E} \Delta p$$

Reemplazando valores, se tiene:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} \cdot 100 = \frac{100}{22.000} \cdot 100 = 0,45 \%$$

La densidad cambia en sólo un  $0,45 \%$ .

Por razones prácticas, la suposición de incompresibilidad en los líquidos es normalmente satisfactoria, a menos que exista una variación de presión muy grande.

#### 4.11 Velocidad del sonido (a).

Asociada con cada estado de una sustancia existe una determinada velocidad de propagación del sonido, dada por la relación:

$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \quad (4.15)$$

o usando el módulo de elasticidad:

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (4.16)$$

Utilizando el sistema técnico de unidades, "a" se mide en  $[\text{m/s}]$ ,  $E$  en  $[\text{kg/m}^2]$  y  $\rho$  en  $[\text{u.t.m./m}^3]$ . La magnitud "a" es la velocidad con la cual pequeñas variaciones de presión se transmiten en el seno de un fluido de extensión infinita o a través de un fluido confinado entre paredes rígidas. El cambio de densidad causado por una variación muy pequeña de presión se produce casi sin fricción y adiabáticamente.

Para los gases, usando el módulo de compresibilidad adiabático, de acuerdo a la relación (4.16) se tiene:

$$a = \sqrt{k \cdot \frac{p}{\rho}}$$

Para el aire a la presión atmosférica se tienen los siguientes valores:  $k = 1,4$  ;  $p_a = 10.000 \text{ [kg/m}^2\text{]}$  ;  $\rho = 0,127 \text{ [u.t.m./m}^3\text{]}$ .

$$a = \sqrt{1,4 \cdot \frac{10.000}{0,127}} = 330 \text{ [m/s]}$$

#### 4.12 Presión del vapor ( $p_v$ ).

La presión a la cual los líquidos hierven se llama presión de vapor. Esto es, la presión parcial de equilibrio a la cual escaparían las moléculas líquidas de cualquier superficie libre. La presión del vapor aumenta con la temperatura. Para que ocurra la ebullición se requiere aumentar la temperatura de manera que la presión del vapor se iguale o exceda de la presión total ejercida sobre la superficie libre o bien disminuir la presión total sobre la superficie libre, de modo que sea igual o menor que la presión del vapor. Entre más volátil sea un líquido, mayor es la presión de vapor.

En los trabajos de la Ingeniería Hidráulica, la presión de vapor de un líquido es importante cuando se producen bajas presiones locales y particularmente cuando el líquido escurre en canalizaciones de paredes de sólidas. Si sucede que en un punto, la presión se reduce hasta que el líquido hierve, entonces las burbujas de vapor se forman repentinamente. Si estas burbujas se desplazan, llevadas por el flujo, hacia zonas de presiones locales mayores, las burbujas colapsan repentinamente (implosión). Estos colapsos muy rápidos producen aumentos bruscos de presión muy elevados si ellos ocurren junto a las paredes sólidas. Este efecto producido en forma continua conduce a un severo daño sobre las paredes sólidas. Es el fenómeno conocido por el nombre de cavitación.

#### 4.13 Energía superficial y Tensión superficial ( $\sigma$ ).

En la superficie de separación entre un gas y un líquido o entre dos líquidos distintos inmiscibles, las fuerzas de atracción moleculares hacen que la interfase se comporte como una verdadera membrana tensa.

Las moléculas de los líquidos se mantienen a distancias relativamente pequeñas debido a las fuerzas de cohesión. En los gases estas fuerzas son muy débiles debido a que las distancias intermoleculares son relativamente grandes. Se puede admitir que estas fuerzas son despreciables cuando la distancia molecular es igual o mayor que  $0.01 \mu$  ( $\mu = 10^{-3}$  mm).

Si se considera una molécula ubicada en la superficie libre de un líquido, la fuerza resultante debida a la atracción de las restantes moléculas, es una fuerza normal dirigida hacia el interior. Por lo tanto será necesario ejercer un trabajo para llevar una molécula a la superficie libre. La superficie libre posee entonces una energía potencial proporcional a su área.

Hay muchas experiencias que pueden demostrar esta realidad física. Es el caso de la aguja de coser colocada cuidadosamente sobre la superficie del agua, formándose en ella una pequeña depresión y permaneciendo sin hundirse (a pesar que su densidad es 8 veces superior a la del agua).

El efecto de la capa superficial tensa de los líquidos, equivale a suponer que sobre un elemento longitudinal  $\Delta l$  actuaría una fuerza  $\Delta F$  normal al elemento  $\Delta l$  y tangencialmente a la superficie. De modo que sobre el elemento  $\Delta l$  actuarían 2 fuerzas  $\Delta F$  que se equilibrarían si la superficie líquida es plana. La relación entre  $\Delta F$  y  $\Delta l$  será del tipo:

$$\Delta F = \sigma \Delta l \quad (4.17)$$

$\sigma$  es una fuerza por unidad de longitud y es una constante que depende del líquido o vapor o gas sobre dicha superficie. En el sistema GGS la unidad de la constante de tensión superficial se expresa en [dinas/cm]. Algunos valores de la constante  $\sigma$  se dan al final del capítulo.

Obsérvese que  $\sigma$  también podría expresarse como la relación entre la energía potencial de la superficie libre por unidad área:

$$\sigma = \frac{\text{Energía}}{\text{área}}$$

El valor de la constante  $\sigma$  depende algo de la temperatura como puede apreciarse de los valores dados al final.

## 5. ECUACION DE ESTADO.

### 5.1 Líquidos.

Las ecuaciones de estado de la mayoría de las sustancias físicas son complejas y sólo pueden expresarse en forma simple en limitados rangos o condiciones. Esto es verdad para los líquidos, si todos los efectos de temperatura, presión, volumen, etc., deben ser expresados. Es más práctico usar tabulaciones o curvas de propiedad de líquidos que ecuaciones de estado.

Afortunadamente, para un amplio rango de presiones, los líquidos son casi incompresibles y su estado puede ser definido sólo por la temperatura.

### 5.2 Gases.

Un gas en equilibrio con su líquido es usualmente denominado "vapor saturado". Si un gas a una presión dada tiene una temperatura sobre el valor de equilibrio con la fase líquida, se llama "vapor sobre calentado". Los gases comunes como el aire, etc., son ampliamente sobre calentados. De igual manera que los líquidos, las ecuaciones de estado para los vapores en torno al punto de saturación son complejas. Por otro lado, con muy buena aproximación, los gases en condiciones ampliamente sobre calentadas pueden considerarse como gases perfectos.

Sabemos de la física que para los gases perfectos se verifica:

$$\frac{p}{\rho} = R T \quad (5.1)$$

$R$  = constante del gas

Tratándose de una masa unitaria, por ejemplo 1 [kgm], el volumen específico se relaciona con la densidad:

$$v_e = \frac{1}{\rho} \quad (5.2)$$

y la ecuación (5.1) queda:

$$p \cdot v_e = R T \quad (5.3)$$



Si la masa es la equivalente a 1 molécula-gramo (sea  $m$  [grm]) entonces:

$$V = \frac{m}{\rho}$$

la ecuación (5.1) queda:

$$pV = m R T \quad (5.4)$$

el término  $mR = R_0$  es una constante universal de los gases y cuyo valor es:

$$R_0 = 0,08207 \left[ \frac{\text{lt} \cdot \text{atm}}{\text{mol} \cdot ^\circ\text{K}} \right]$$

$$pV = R_0 \cdot T \quad (5.5)$$

El sistema de unidades en el cual está expresada la constante  $R_0$  no es homogéneo. Veamos a modo de ejemplo el siguiente análisis:

¿Qué volumen ocupa una masa de 1 [gr. mol] a  $t = 0^\circ\text{C}$  y  $p = 1$  [at] ?

$$V = 0,08207 \cdot 273 = 22,4 \text{ [lt]}$$

Si se trata de  $n$ [gr-mol] entonces la ecuación (5.5) queda:

$$pV = n R_0 T \quad (5.6)$$

### 5.3 Cambios de estado de gases.

Usando la ley de los gases perfectos, la mayoría de los procesos de cambios de estado son dados por simples relaciones:

- Proceso isoterma.

$$\frac{p}{\rho} = R T = \text{constante} \quad (5.7)$$

- Proceso a presión constante.

$$p = \rho R T = \text{constante} \quad (5.8)$$

- Proceso adiabático.

Para el caso de calor transferido igual a 0 (cero), proceso adiabático, podemos obtener la siguiente relación de la Termodinámica, si no hay fricción:

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{constante} \quad (5.9)$$

$$k = \frac{C_p}{C_v} = \text{constante adiabática de los gases}$$

Veamos cual es el módulo de compresibilidad adiabática para los gases.  
Basta derivar la ecuación (5.9):

Tomando logaritmos:  $\text{Log } p - k \text{ Log } \rho = \text{Log } C$

Derivando:  $\frac{\frac{dp}{p}}{\frac{d\rho}{\rho}} - k = 0$

Luego:  $\frac{dp}{d\rho/\rho} = k p = E \quad (5.10)$

Se puede demostrar que para un proceso isoterma:

$$E = p ; k = 1 \quad (5.11)$$