

# CC 52B Computación Gráfica

## Modelación de Sólidos

**Prof. María Cecilia Rivara**  
**mcrivara@dcc.uchile.cl**  
**Semestre 2006/2**

MCRivara/CG2006/2

## Modelación de Sólidos

Objetivo: Modelos matemáticos de objetos del mundo real  
(automóvil, motor, avión)

- Representación que da una definición completa y no ambigua de un objeto “describiendo”
  - borde del objeto
  - interior del objeto
  - exterior del objeto
- Se describe la topología del objeto, su estructura
  - información de conectividad (relaciones de vecindad) entre los componentes
- Componentes: entidades topológicas (vértices, aristas, caras, etc.)

MCRivara/CG2006/2

## Modelos de sólidos

- Geometría Sólida Constructiva CSG
- Representación de Borde B-Rep
- Representación por Barrido
- Enumeración Espacial: “mallas” de volumen especiales

- Modelos tipo wireframe (mallas de alambre) son ambiguos e inútiles para muchos fines  
Ejemplo: si el modelo no incluye estructura de caras, no es posible realizar rendering
- Modelos de sólido pueden visualizarse como wireframe

## Sistemas de modelamiento de sólidos

Objetivos operacionales:

- crear, guardar, manipular objetos sólidos
- sobre el modelo permitir la integración de técnicas y algoritmos requeridos por distintas aplicaciones
- permitir la automatización de tareas asociadas a los objetos: diseño (CAD), construcción (CAM), aplicaciones biomédicas (tomografía)

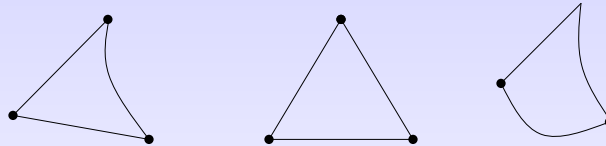
## Sólido

- Objeto que divide  $\mathbb{R}^3$  en interior y exterior
- separados mediante el borde
- Bordes: - superficies cerradas analíticas (esfera)  
- grupo de pedazos de superficies abiertas interconectadas.

- **Propiedades requeridas**
  - Acotados
  - Homogéneamente 3D: no hay caras ni aristas sueltas
  - Finitos: descritos por cantidad limitada de información
  - No ambiguos: representación de no más de un objeto
- Más formalmente es necesario establecer
  - Dominio de definición (clase de objetos)
  - Validez: sólidos legales
  - Completitud: datos suficientes para la descripción
  - Unicidad de la representación (no siempre se cumple!)  
clave para determinar igualdad de objetos
- Además (Importante!) el modelo debe ser eficaz en el contexto de las aplicaciones

## Conceptos

Geometría versus Topología

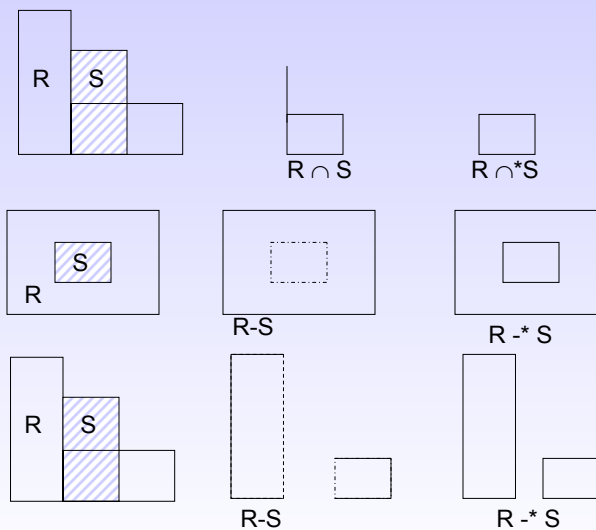


Idéntica topología, distinta geometría

## Modelación de sólidos (I) Geometría Sólida Constructiva (CSG)

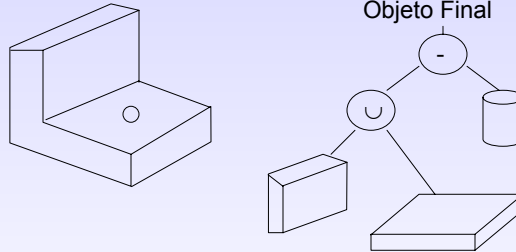
- Objetos se definen mediante operaciones booleanas regularizadas sobre primitivas geométricas
- Operaciones booleanas regularizadas  $\cup^* \cap^* -^*$
- Definición de un conjunto de primitivas 3D relevantes al área de aplicación (ej: engranajes)

Ejemplos:



## CSG

- Primitivas: bloque, cilindro, cono, esfera, engranaje, etc. Las primitivas son definidos mediante la intersección de semí-espacios limitados por planos o superficies cuádricas



## CSG (cont.)

- Modelo procedural define el objeto sin especificar todavía valores cuantitativos.
- Luego una rutina de evaluación del borde entrega información cuantitativa sobre vértices, aristas, caras.
- Tema importante: cálculo de intersecciones
- El usuario solo ve la información geométrica
- Ventajas: intuitiva, fácil de usar (interactiva)
- Desventajas: limitada para construir solo conjunto de objetos.

## Modelación de sólidos (II)

### Representación de Borde: B-Rep

- Idea básica: interior del objeto encerrado por conjunto de caras (superficies orientables)
- Orientación: permite distinguir 2 lados de la superficie (vector normal)
- Base de datos B-Rep: maneja información geométrica y topológica.

## Chequeos de Validez Topológica

- Se usan operadores especiales aprovechando Ley de Euler

Objetos poliédricos satisfacen

$$F - E + V - H = 2(C - G)$$

F, E, V: número de caras, aristas y vértices

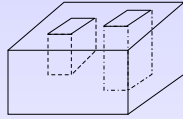
H: número de hoyos en las caras

C: número de cuerpos o componentes separados

G: hoyos que atraviesan el objeto

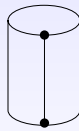
Ejemplos : calcular

1) Cubo con un hoyo no perforado y uno perforado

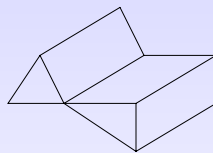


$$F - E + V - H = 2(1 - G)$$

2) cilindro



- Dominio: La mayoría de los modeladores soportan solo sólidos 2- manifold



No es 2-manifold

- Sólidos representados por “parches” curvos paramétricos también obedecen la ley de Euler



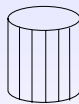
## ¿Cómo se obtiene la representación de borde?

- Input del usuario (complejo)
- Evaluación del borde a partir de modelo CSG

## Representación faceteada

Poliedro particular que almacena (aproxima) el modelo B-rep

- Caras curvas se aproxima por caras “faceteadas”



## Modelos de Borde (B-reps)

Estructuras de datos para poliedros

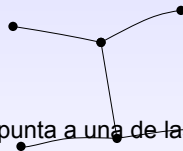
Información mínima: vértices y caras

- ED simples pueden ser muy caras e ineficientes
- Se necesita cierto grado de información redundante para facilitar el trabajo

## Estructuras de Datos

Estructura de Datos Winged-Edge (Arista de alas)

- Fue la primera ED desarrollada para CAD
- cada arista tiene punteros a
  - sus dos vértices
  - dos caras que comparten la arista
  - 4 de las aristas adicionales que salen de sus vértices



- Cada vértice apunta a una de las aristas que salen de él
  - Cada cara apunta a una de sus caras vecinas
- De las aristas vecinas viene el nombre

Se introducen criterios de orden para manejar poliedros con hoyos

- Las caras tiene dos tipos de “bordes” (polilíneas):
  - en sentido contrario a los punteros del reloj si es “borde” exterior
  - en sentido de los punteros del reloj si es “borde” de un hueco

## 9. Relaciones de adyacencia



## Propiedades ED Winged edge

- Encontrar vértices y caras asociados a una arista se hace en tiempo constante
- Las otras relaciones no tardan mucho más
- Almacenamiento asociado a aristas, caras y vértices es pequeño y de tamaño constante
- Existen muchas variaciones de la ED Winged Edge, también basadas en aristas

## Modelos de Barrido

- Para sólidos especiales  
Se utiliza
  - grosor uniforme en una dirección, o
  - simetría axial
- Usado como herramienta adicional en modelos CSG o B-reps
- Aplicaciones en ingeniería: se usa barrido para detectar interferencias entre objetos móviles y para operaciones de remoción de material en manufactura

## Modelos de Partición Espacial (ver lectura)

- Objeto descompuesto en primitivas básicas que se intersectan solo en bordes comunes
- Primitivas
  - 2D: triángulos, cuadriláteros
  - 3D: cubos, tetrahedros, hexahedros
- Cubitos  $\equiv$  voxels
- Quadtrees y octrees