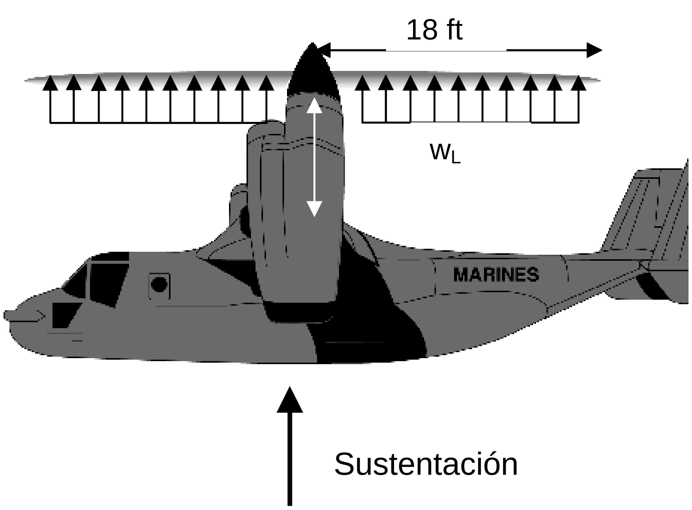
ME56A – Diseño de Elementos de Máquinas
Dpto. Ingeniería Mecánica
Prof. Roberto Corvalán
22 de Marzo de 2005

Ejercicio Nº1

P1.- El helicóptero V-22 Osprey (en la foto) ocupa dos motores Rolls Royce AE 1107C-Liberty de 6150[HP] cada uno, con ambas hélices funcionando a 412[RPM]. En este régimen, la sustentación sobre las aspas puede ser modelada como una carga distribuida sobre una viga, de valor w_L=800[kgf/m]. Cada rotor posee tres aspas de 18[ft] de largo. Se le pide diseñar los ejes de dichos rotores (elegir material, coeficiente de seguridad y diámetro), para lo cual realice los siguientes pasos:

a. Calcule el valor de la carga axial F sobre el eje debido a la sustentación. También calcule el valor del par de torsión T sobre el eje debido al arrastre de las aspas (la carga que debe vencer la potencia del motor). (2 ptos.)
b. Determine el estado de esfuerzos causado por estas cargas en un punto crítico del eje (esfuerzos máximos). Ambos valores deben quedar en función del diámetro del eje D. (2 ptos.)
c. Con estos datos, utilice el criterio de Tresca o Von Mises para diseñar el eje (despejar D seleccionando un Material y un Coeficiente de Seguridad). (2 ptos.)



Pauta Ejercicio 1 ME56A

Felipe Figueroa G. - ffiguero@ing.uchile.cl

31 de marzo de 2006

1. Parte a

La fuerza axial es (1 pto):

$$F = n_{aspas} \cdot w_L \cdot L_{ala} = 3 \cdot 800[kgf/m] \cdot 18[ft] = 129{,}13[kN] \tag{1}$$

El par de torsión esta dado por (1 pto):

$$T = P/\omega = \frac{6150[HP]}{412[RPM]} = \frac{4586{,}05[kW]}{\frac{2\pi}{60} \cdot 412[rad/s]} = 106{,}29[kN \cdot m] \tag{2}$$

2. Parte b

El DCL (no se les pedía) del eje es:

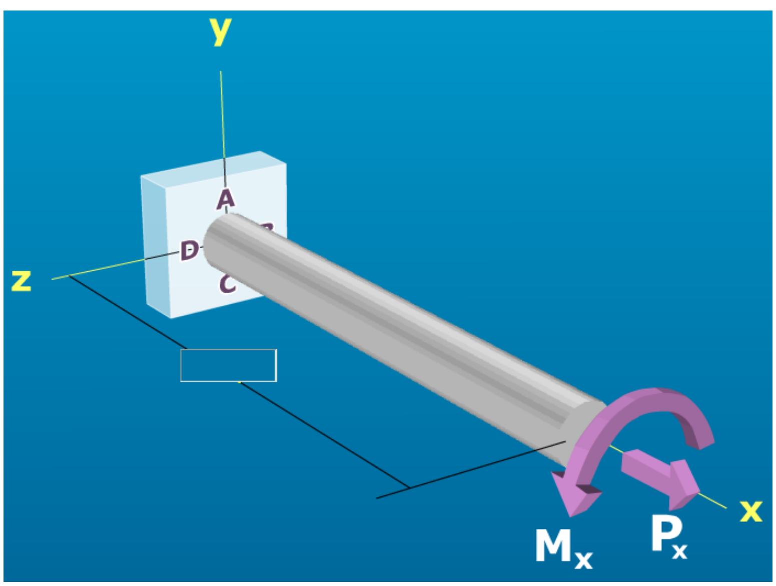


Figura 1: DCL del eje.

En donde $P_x = F$ y $M_x = T$ para este caso. Los esfuerzos críticos se encuentran en cualquier punto al borde de la sección circular del eje, ya que el esfuerzo por carga axial se distribuye uniformemente en toda la sección y el esfuerzo de corte por torsión se distribuye radialmente, siendo máximo en el borde. El estado de esfuerzos en el punto A (o en cualquier punto en el borde exterior del eje) es:

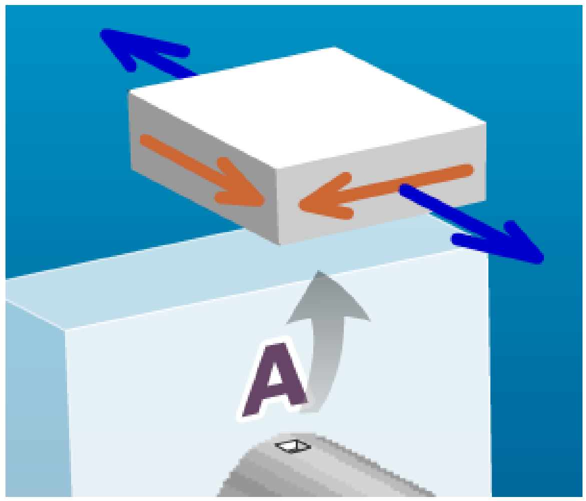


Figura 2: Estado de esfuerzos en un elemento al borde del eje.

La flecha de color azul representa al esfuerzo de tracción debido a la carga axial (1 pto) y corresponde a:

$$\sigma_x = \frac{F}{A} = \frac{129{,}13[kN]}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{164{,}41[kN]}{D^2} \tag{3}$$

Las flechas naranjas representan al esfuerzo de corte por torsión (1 pto), el cual está dado por:

$$\tau_{xz} = \frac{T \cdot r}{J} = \frac{106{,}29[kN \cdot m] \cdot D/2}{\frac{\pi D^4}{32}} = \frac{541{,}33[kN \cdot m]}{D^3} \tag{4}$$

3. Parte c

3.1. Criterio de Tresca

El criterio de Tresca establece que el material fallará por fluencia cuando el esfuerzo de corte máximo se igual a la mitad del esfuerzo de fluencia reportado en el ensayo de tracción. La ecuación de diseño queda como:

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \leq \frac{S_y}{2 \cdot n_s} \tag{5}$$

En donde S_y es el límite de fluencia y n_s es el factor de seguridad. Reemplazando las ecs. 3 y 4 en 5 se obtiene (1 pto):

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{164{,}41[kN]}{2D^2}\right)^2 + \left(\frac{541{,}33[kN \cdot m]}{D^3}\right)^2} \leq \frac{S_y}{2 \cdot n_s} \tag{6}$$

Dándose un valor de S_y y de n_s se puede despejar el diámetro con una calculadora científica. Si no la tenían, es válido que se hayan dado un valor de D y S_y para despejar n_s. Obviamente está malo si les daba un factor de seguridad menor que 1. (1 pto)

A continuación se muestran algunos valores de D obtenidos con este criterio para varios valores de S_y y n_s, para que tengan ideas de los órdenes de magnitud que se esperaban.

Tabla 1: Diámetro calculado para el eje (en centímetros) con el criterio de Tresca para distintos valores de S_y y n_s.

$n_s \downarrow / S_y[Mpa] \rightarrow$	**500**	**1000**	**1500**
2	16.3	12.94	11.3
4	20.53	16.3	14.24
6	23.51	18.66	16.3
8	25.88	20.54	17.94

3.2. Criterio de Von Mises

El criterio de Von Mises establece que le material se deformará plásticamente cuando la energía de deformación por unidad de volumen exceda el valor crítico alcanzado en un ensayo de tracción o compresión. El esfuerzo equivalente aplicado σ' entonces debe ser menor que el límite de fluencia. En una situación de esfuerzo plano queda como:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} \leq \frac{S_y}{n_s} \tag{7}$$

Nuevamente, reemplazando las ecs. 3 y 4 en 7 se obtiene (1 pto):

$$\sigma' = \sqrt{\left(\frac{164{,}41[kN]}{D^2}\right)^2 + 3\left(\frac{541{,}33[kN \cdot m]}{D^3}\right)^2} \leq \frac{S_y}{n_s} \tag{8}$$

Las indicaciones para resolver el valor de D son las mismas que en el caso anterior. (1 pto)

Tabla 2: Diámetro calculado para el eje (en centímetros) con el criterio de Von Mises para distintos valores de S_y y n_s.

$n_s \downarrow / S_y[Mpa] \rightarrow$	**500**	**1000**	**1500**
2	15.54	12.33	10.77
4	19.58	15.54	13.57
6	22.41	17.79	15.54
8	24.67	19.58	17.1

La tabla 2 muestra algunos valores de D obtenidos con este criterio para varios valores de S_y y n_s, para ilustrar órdenes de magnitud. Nótese que los valores obtenidos con este criterio son menores que en el caso anterior, esto se debe a que el criterio de Tresca es más conservedor para estimar el estado de esfuerzos crítico antes de la fluencia.