

Problema 1.

La estructura mostrada en la figura 1 consiste en dos barras AB y BC unidas por una bisagra en B. Los puntos A y B son apoyos fijos. La barra AB se encuentra sometida a una fuerza distribuida vertical q . Se pide calcular en cada barra la fuerza normal interna, la fuerza de corte interna y el momento flector interno en la sección transversal ubicada en la mitad de su longitud

Datos

$$l_1 = 1,5 \text{ m}$$

$$l_2 = 1,2 \text{ m}$$

$$\theta_1 = 30^\circ$$

$$\theta_2 = 45^\circ$$

$$q = 130 \text{ N/m}$$

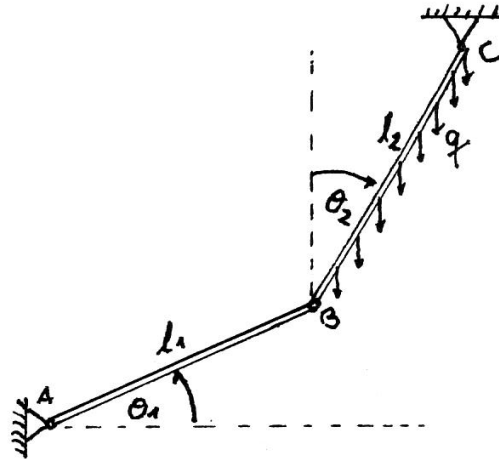


Figura 1

Problema 2.

La barra central CD del conjunto mostrado en la figura 2 se calienta de $T_1 = 30^\circ \text{C}$ a $T_2 = 180^\circ \text{C}$ por medio de una resistencia eléctrica. A la temperatura inferior T_1 el espacio entre C y la barra rígida BF es de $0,7 \text{ mm}$. Determine el esfuerzo en las barras AB y EF causada por el incremento de temperatura. Las barras AB y EF son de acero y tienen una sección transversal de 125 mm^2 . La barra CD es de aluminio y tiene una sección transversal de 375 mm^2 . Datos:

$$E_{\text{aluminio}} = 70 [\text{GPa}];$$

$$\alpha_{\text{aluminio}} = 23 \cdot 10^{-6} [1/^\circ \text{C}]$$

$$E_{\text{acero}} = 200 [\text{GPa}];$$

$$\alpha_{\text{acero}} = 12 \cdot 10^{-6} [1/^\circ \text{C}]$$

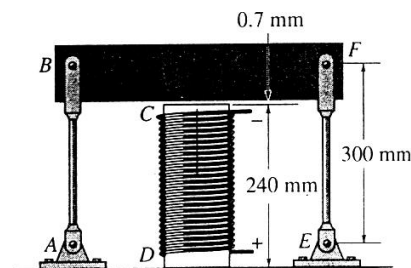
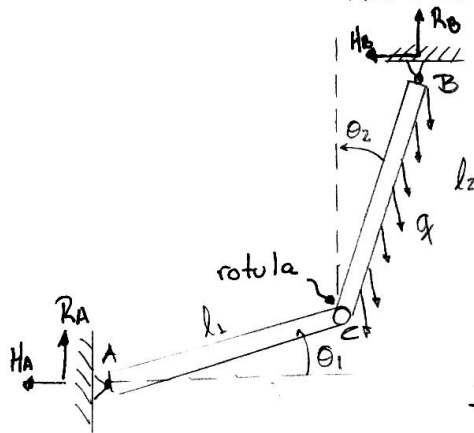


Figura 2

Pauta Control 1
Resistencia de materiales

①



Datos: $l_1 = 1,5(m)$ $l_2 = 1,2(m)$
 $\theta_1 = 30^\circ$ $\theta_2 = 45^\circ$
 $q = 130(N/m)$

De la estática tenemos:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_A + H_B = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_B = q \cdot l_2 \quad (2)$$

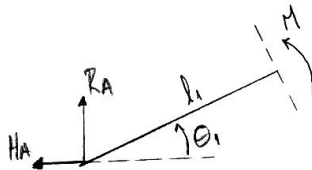
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow d \cdot q \cdot l_2 = e R_B + f H_B \quad (3)$$

donde: $d = l_1 \cos \theta_1 + \frac{l_2 \sin \theta_2}{2} = 1,723(m)$

$$e = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \sin \theta_2 = 2,148(m)$$

$$f = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \cos \theta_2 = 1,599(m)$$

Ahora usando el hecho que en una rótula $M_{interno} = 0$, entonces haciendo un corte



$$M = l_1 \cos \theta_1 R_A + l_1 \sin \theta_1 H_A = 0 \quad (4)$$

$$\Rightarrow R_A = - \frac{l_1 \sin \theta_1 H_A}{l_1 \cos \theta_1} = - \tan \theta_1 \cdot H_A$$

Usando (3) y (4) en (2)

$$\Rightarrow - \tan \theta_1 \cdot H_A + \frac{d q l_2}{e} - f H_B = q l_2 \quad (5)$$

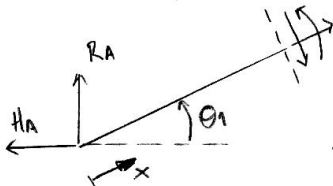
luego de (1) y (5) tenemos $-\tan \theta_1 H_A - \frac{d q l_2}{e} + \frac{f H_A}{e} = q l_2$

$$\Rightarrow H_A = \frac{-d q l_2 + q l_2 e}{f - \tan \theta_1 \cdot e} \Rightarrow \boxed{H_A = 184,756(N); H_B = -184,756(N)}$$

$$\boxed{R_A = -106,669(N); R_B = 262,669(N)}$$

Para las fuerzas internas hacemos cortes:

* tramo AC



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N = H_A \cos \theta_1 - R_A \cos(90 - \theta_1)$$

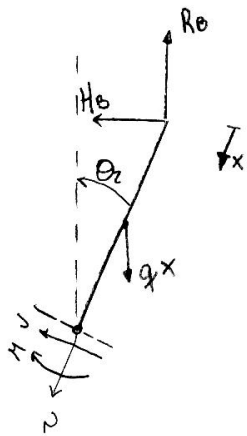
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V = H_A \sin \theta_1 + R_A \cos(90 - \theta_1)$$

$$\sum M_{corte} = 0 \Rightarrow M = R_A x \cos \theta_1 + H_A x \sin \theta_1$$

$$\Rightarrow \boxed{N = 213,338(N)}$$

$$\boxed{V = 39,044(N)}$$

$$\boxed{M = 0(N \cdot m)}$$



* Tramo BC

②

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N = R_B \cos \theta_2 - H_B \cos(90 - \theta_2) - qx \cos \theta_2$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V = qx \sin \theta_2 - H_B \sin(90 - \theta_2) - R_B \sin \theta_2$$

$$\sum M_{\text{corte}} = 0 \Rightarrow M = R_B x \sin \theta_2 + H_B x \cos \theta_2 - q \frac{x^2}{2} \cos \theta_2$$

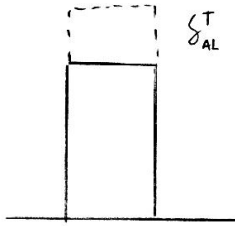
$$\Rightarrow \begin{cases} N = \{316,337 - 91,924x\} (N) \\ V = \{91,924x - 55,093\} (N) \\ M = \{55,093x - 45,962x^2\} (N \cdot m) \end{cases}$$

en el punto medio ($x = l/2$) tenemos

$$\begin{cases} N = 261,183 (N) \\ V = 0,062 (N) \\ M = 16,996 (N \cdot m) \end{cases}$$

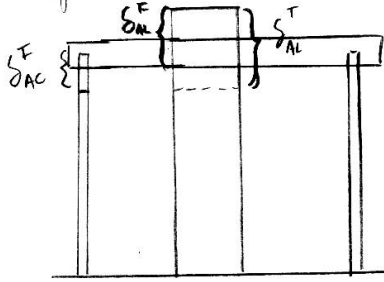
③

primero se alarga por T^0



$$\delta_{AL}^T = \Delta T \alpha_{AL} L$$

al imponer las barras de acero y la barra rígida.



$$\Rightarrow \delta_{AL}^{T^0} - \delta_{AL}^F = 0,0007(m) + \delta_{AC}^F$$

$$\Delta T \alpha_{AL} L - \frac{R_{AL} L}{(AE)_{AL}} = 0,0007(m) + \frac{R_{AC} \tilde{L}}{(AE)_{AC}}$$

pero de la estática $2R_{AC} = R_{AL}$

$$\Rightarrow \Delta T \alpha L - \frac{2R_{AC} L}{(AE)_{AL}} = 0,0007 + \frac{R_{AC} \tilde{L}}{(AE)_{AC}}$$

$$\Delta T \alpha L - 0,0007 = R_{AC} \left\{ \frac{\tilde{L}}{(AE)_{AC}} + \frac{2L}{(AE)_{AL}} \right\}$$

$$\Rightarrow R_{AC} = \frac{\Delta T \alpha L - 0,0007}{\left\{ \frac{\tilde{L}}{(AE)_{AC}} + \frac{2L}{(AE)_{AL}} \right\}}$$

reemplazando con números:

$$R_{AC} = \frac{8,28 \times 10^{-4} - 0,0007}{1,2 \times 10^{-8} + 1,83 \times 10^{-8}} = \frac{1,28 \times 10^{-4}}{3,03 \times 10^{-8}} = 4,22 \text{ (kN)}$$

finalmente el esfuerzo en la barra de acero será

$$\sigma_{AC} = \frac{R_{AC}}{A_{AC}} = 33,795 \text{ (MPa)}$$