

ME33A - Mecánica de Fluidos
Guía Control 2
Semestre Otoño 2006

Problema 1

Para la configuración de medición de prueba de una bomba que se muestra en la figura, determine la eficiencia mecánica de la bomba si la potencia eléctrica consumida es de $2,9 \text{ [kW]}$ cuando se encuentra bombeando $2 \text{ [m}^3/\text{min}]$ de agua ($\rho = 1000 \text{ [kg/m}^3]$, $1 \text{ [in]} = 2,54 \text{ [cm]}$).

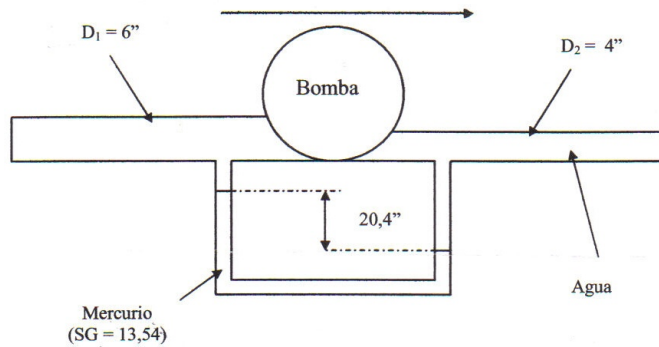


Figura 1: Bomba

Problema 2

Un gran estanque se coloca sobre un carrito. Desde el estanque se emite agua a través de una tobera de $600 \text{ [mm}^2]$ a una velocidad de 10 [m/s] . Suponga que el estanque es muy grande. Un álabe que desvía el agua 60° se une al carrito. Determine la tensión en el alambre que mantiene al carrito fijo y la fuerza que el carrito ejerce sobre él (figura 2).

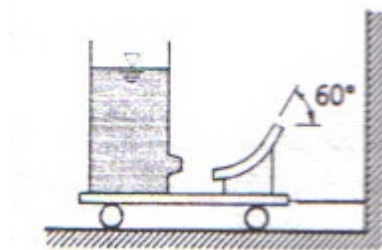


Figura 2: Carrito

Problema 3

Un ventilador tiene un rotor con álabes, con un diámetro externo de 12 [in] y 10 [in] de diámetro interno, como se ve en la figura 3. La altura de cada álabe del rotor es constante a 1 [in] desde la entrada a la salida del álabe. El flujo de aire es permanente, con $Q = 230 \text{ [ft}^3/\text{min}]$, y la velocidad del aire a la entrada del álabe, v_1 , es radial. El ángulo de descarga del álabe es de 30° con respecto a la dirección tangencial. Si el rotor gira a una velocidad constante de 1725 rpm , estime la potencia necesaria para hacer funcionar el ventilador.

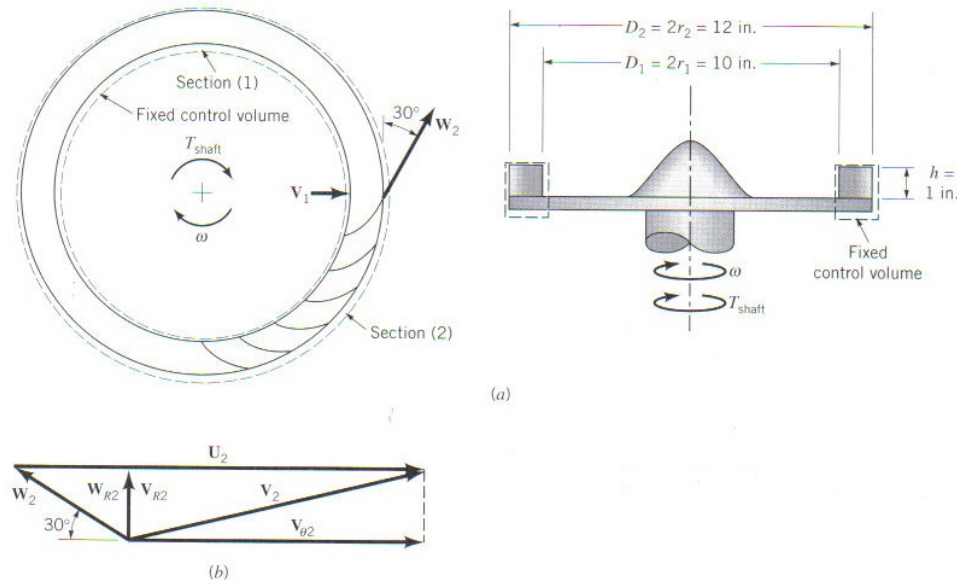


Figura 3: Ventilador

Solución

Se selecciona un volumen de control que incluye los álabes rotatorios (los sigue) y el fluido dentro de la fila de álabes en un instante, como se indica en la figura 3a con línea punteada. El flujo dentro del volumen de control es cíclico, pero permanente en promedio. El único torque que se considera es el del eje, T_{shaft} . Este torque es proporcionado por un motor. Se asume que los flujos de entrada y salida están representados por velocidades y propiedades de flujo uniformemente distribuidas. Como lo que se busca es la potencia del eje, se puede utilizar la ecuación 1.

$$\dot{W}_{shaft} = (-\dot{m}_1)(\pm U_1 V_{\theta 1}) + \dot{m}_2(\pm U_2 V_{\theta 2}) \quad (1)$$

Además, como V_1 es radial, $V_{\theta 1} = 0$. Para calcular la potencia del ventilador es necesario conocer el flujo másico, \dot{m} , la velocidad del rotor en el punto de salida del álabe, U_2 , y la velocidad tangencial del fluido a la salida del álabe, $V_{\theta 2}$. El flujo másico se obtiene fácilmente a partir de la ecuación 2:

$$\dot{m} = \rho Q = \frac{(2,38 \cdot 10^{-3} \text{ [slug/ft}^3\text{]})(230 \text{ [ft}^3\text{/min]})}{(60 \text{ [s/min]})} = 0,00912 \text{ [slug/s]} \quad (2)$$

La velocidad del rotor en el punto de salida el álabe es:

$$U_2 = r_2 \omega = \frac{(6 \text{ [in]})(1725 \text{ rpm})(2\pi \text{ [rad/rev]})}{(12 \text{ [in/ft]})(60 \text{ [s/min]})} = 90,3 \text{ [ft/s]} \quad (3)$$

Para determinar la velocidad tangencial del fluido a la salida del rotor del ventilador, $V_{\theta 2}$, se usa la ecuación 4:

$$V = W + U \Rightarrow V_2 = W_2 + U_2 \quad (4)$$

La suma de vectores de la ecuación 4 se ve en el triángulo de velocidades de la figura 3b. De dicha figura, se puede ver que:

$$V_{\theta 2} = U_2 - W_2 \cos(30^\circ) \quad (5)$$

Para resolver la ecuación 5 para $V_{\theta 2}$, se necesita un valor para W_2 (el valor de U_2 ya se determinó). Para obtener W_2 se puede notar en el triángulo de velocidades que:

$$W_2 \sin(30^\circ) = W_{R2} = V_{R2} \quad (6)$$

Donde V_{R2} es la componente radial de V y W_{R2} es la componente radial de W (y ambas cantidades son iguales). Además:

$$\dot{m} = \rho A_2 V_{R2} = \rho 2\pi r_2 h V_{R2} \quad (7)$$

Donde h es la altura del álabe. Combinando las ecuaciones 6 y 7 se obtiene:

$$W_2 = \frac{\dot{m}}{\rho 2\pi r_2 h \sin(30^\circ)} \quad (8)$$

Sustituyendo los valores conocidos en la ecuación 8 se obtiene

$$W_2 = \frac{(0,00912 \text{ [slug/s]})(12 \text{ [in/ft]})(12 \text{ [in/ft]})}{(2,38 \cdot 10^{-3} \text{ [slug/ft}^3\text{]})(2\pi(6 \text{ [in]})(1 \text{ [in]}) \sin(30^\circ))} = 29,3 \text{ [ft/s]}$$

Reemplazando este valor de W_2 en la ecuación 5 se obtiene:

$$V_{\theta 2} = U_2 - W_2 \cos(30^\circ) = 90,3 \text{ [ft/s]} - (29,3 \text{ [ft/s]})(0,866) = 64,9 \text{ [ft/s]}$$

Luego se puede utilizar la ecuación 1 para obtener

$$\dot{W}_{shaft} = \dot{m} U_2 V_{\theta 2} = \frac{(0,00912 \text{ [slug/s]})(90,3 \text{ [ft/s]})(64,9 \text{ [ft/s]})}{1 \text{ [(slug} \cdot \text{ft/s}^2\text{)]/(lb)}(550 \text{ [(ft} \cdot \text{lb)]/(hp} \cdot \text{s)]})} = 0,0972 \text{ [hp]}$$

Nótese que se utilizó el signo positivo en el producto $U_2 V_{\theta 2}$ ya que ambas velocidades van en la misma dirección. El resultado encontrado, 0.0972 [hp] es la potencia que debe ser entregada al eje del ventilador para las condiciones dadas. Idealmente, toda esta potencia iría al flujo de aire; sin embargo, debido a la fricción del fluido, solo una parte de esta potencia producirá un efecto útil en el aire (por ejemplo, aumentar la presión). La cantidad de potencia útil dependerá de la eficiencia en la transmisión de potencia entre los álabes del ventilador y el fluido.