

MA34B - Ejercicios Control 2

Guía N°1

16 de mayo 2006

Profesor cátedra: Rodrigo Abt B.
Auxiliar: Julio Deride

P1: La fábrica LUMINA S.A. produce ampolletas de uso residencial. El jefe de la sección de producción lo ha contratado a Ud. para que lo ayude a estimar la tasa de vida útil de su producto estrella, la ampolleta DURALUM. De acuerdo a sus conocimientos, Usted sabe que la vida útil de una ampolleta X (en años) se puede modelar según la distribución exponencial siguiente:

$$f(x|\lambda) = \lambda e^{-\lambda x} \quad \text{con } x > 0$$

El jefe ha tomado previamente una muestra de 30 ampolletas y encuentra que la duración promedio de ellas es de 5 años. Se define la variable

$$Y = \sum_{i=1}^{30} X_i$$

1. Proponga un intervalo de confianza al 95 % para la tasa de vida útil λ (HINT: use el Teorema Central del Límite para la variable Y , resolviendo la ecuación cuadrática asociada).
2. Muestre que la variable $T = 2\lambda Y$ sigue una distribución Chi-cuadrado con "2n" grados de libertad (Hint: utilice la función generatriz de los momentos o la función característica).
3. Encuentre L y U tales que $Pr(U < T < L) = 0,95$ y luego deduzca un intervalo de confianza al 95 % para λ usando la información del punto anterior.

4. Compare los intervalos de confianza contruidos en 1) y 3). ¿Cuál intervalo preferiría y bajo qué condiciones? Explique.

P2: Suponga que $X \sim N(\mu_x, \sigma^2)$ e $Y \sim N(\mu_y, \sigma^2)$ miden los niveles de contaminación de los días 1 de marzo de los años 2005 y 2006 respectivamente (ambas variables independientes). En esos días, se observaron muestras que arrojaron los siguientes resultados:

	1 de marzo 2005	1 de marzo 2006
Promedio	295	289
Varianza	71	246
Número de estaciones	10	8

1. ¿Se puede concluir al 5 % que el nivel de contaminación el día 1 marzo de 2005 fue mayor que el día homólogo de 2006?
2. Construya un intervalo de confianza para la diferencia $\delta = \mu_x - \mu_y$ con un nivel de confianza del 95 %.

P3: Una cadena de restaurantes construirá un nuevo local en determinado lugar si pasan por él por lo menos 200 vehículos por hora durante ciertos períodos del día. En 40 horas muestreadas aleatoriamente el número promedio de vehículos que pasan por el lugar es de 208,5 con una desviación típica de $S_{n-1} = 30$. Se supone que la población es aproximadamente Normal. La Gerencia de la cadena adopta prudentemente la hipótesis nula de que el volumen de tráfico no satisface sus requisitos, es decir, $H_0 : \mu \leq 200$.

1. Determine el valor de la región crítica k, de tal manera que la probabilidad del error de tipo I sea menor o igual a 0,10
2. Calcule la función de potencia para k=195, y k=210. Se puede rechazar la hipótesis nula a un nivel de significación del 5 %?
3. ¿Cuál debe ser el tamaño de muestra que debe considerar el presunto inversionista si está dispuesto a cometer una probabilidad de error tipo I no superior a 0,05 (use k=210)

P4: Un banco quiere estudiar la proporción de cuentas corrientes que registran sobregiros. Para esto, se toma una muestra de 40 cuentas, de las cuales 17 presentan sobregiro.

1. Proponga un estimador insesgado para la proporción poblacional de cuentas corrientes con sobregiro y construya un intervalo de confianza del 96 % para la misma.
2. ¿Qué tamaño de muestra se requiere para que el error de estimación (diferencia entre la proporción estimada y la real) no sea superior al 2 %?. Mantenga el mismo nivel de confianza.

P5: Una medicina que se prescribe comúnmente para aliviar la tensión nerviosa se considera que es efectiva en un 60 %. Resultados experimentales con una nueva medicina que se administra a una muestra aleatoria de 100 adultos que padecen de tensión nerviosa muestran que 70 tuvieron alivio. ¿Es esta información experimental evidencia suficiente para probar que la nueva medicina es más efectiva?

1. Establezca las hipótesis nula y alternativa correspondientes. Explique.
2. Encuentre la forma de la región crítica y justifique su elección.
3. Encuentre el P-Valor asociado al test y decida.

NOTA: Haga todas las suposiciones que estime pertinentes.

P6: Un instituto medioambiental desea estudiar la variabilidad en la concentración de fosfatos entre dos estaciones de un río. El instituto espera no encontrar diferencias entre ambas estaciones. Para ello, se toman muestras independientes en cada estación obteniéndose lo siguiente:

	Estación 1	Estación 2
Promedio	3,84	1,49
Desviación Estándar	3,07	0,80
Tamaño de muestra	15	12

Construya un intervalo de confianza al 98 % para el cociente σ_1^2/σ_2^2 , en que σ_1^2 y σ_2^2 son las variabilidades poblacionales para las estaciones 1 y 2 respectivamente. Concluya. NOTA: Suponga Normalidad.