

Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema

Profesor Auxiliar : José Luis Malverde

CONTROL 3

3 DE JULIO 2006

1. a) Sea X v.a. con F.G.M. $M_X(t)$. Calcule:

$$\left. \frac{d^2 \log(M_X(t))}{dt^2} \right|_{t=0}$$

- b) Sea X v.a. con densidad $f(x) = \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda|x|} \quad -\infty < x < \infty$
Determine la función generadora de momentos de X .

- c) Sea $X_t \rightarrow P(\lambda t)$, con X_t : Número de eventos en $[0, t]$. Muestre que :

$$P_1(\Delta t) = \lambda \Delta t + o(\Delta t)$$

$$P_0(\Delta t) = 1 - \lambda \Delta t + o(\Delta t)$$

Con $P_k(t) = \mathbb{P}(X_t = k)$ y $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} = 0$.

2. a) Suponga que Chile Clasifica para el mundial de Sudrica 2010 y que el mentado mundial se desarrolla bajo el siguiente esquema:

Juegan 32 equipos, todos contra todos, obtenido 3 puntos el ganador de cada partido, 0 el perdedor y 1 punto cada equipo en caso de empate. Una vez jugados todos los partidos, clasifican a 2ª ronda todos aquellos equipos que obtengan al menos 48 puntos. Chile, en cada uno de sus 31 partidos, tiene probabilidad $\frac{1}{3}$ de ganar, $\frac{1}{6}$ de empatar y $\frac{1}{2}$ de perder.

- 1) Calcule la probabilidad que Chile clasifique a la segunda ronda.

- 2) Chile, una vez en la final, en cada minuto y de forma independiente, puede convertir un gol con probabilidad $p = 0,3$, puede convertir un gol el rival con probabilidad $q = 0,2$ y no habrá goles con probabilidad $r = 0,5$. Si el partido dura exactamente 90 minutos, calcule la probabilidad de que Chile gane con al menos 5 goles de ventaja.

- b) Calcule, usando T.C.L.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e^{-n} \sum_{k=0}^n \frac{n^k}{k!}$$

Hint: Use una v.a. de Poisson adecuada.

3. En una red multiusuario los terminales envían documentos para imprimir a una tasa de $12 \left[\frac{\text{documentos}}{\text{hora}} \right]$ (Poisson) La impresión demora un tiempo exponencial de media 5 minutos. La impresora puede guardar hasta 5 documentos, incluyendo el que está en impresión.
 - a) Determine en régimen permanente, el tiempo promedio que demora un documento en ser impreso, desde que se envía.
 - b) Suponga que la impresora ha sido configurada para comenzar a imprimir cuando hay al menos 3 trabajos en la cola. La impresora, una vez activada, se mantendrá imprimiendo hasta que no queden trabajos en cola.
 - 1) Modele y dibuje el diagrama de estados.
 - 2) Plantee 2 ecuaciones de balance.