

## Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema

Profesor Auxiliar : José Luis Malverde

### FORMULARIO CONTROL 3

3 DE JULIO 2006

- Probabilidades Totales (caso continuo):  $\mathbb{P}(A) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbb{P}(A|Y = y)f_Y(y)dy$ .
- Esperanza:  $\mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf_X(x)dx$ ,  $\mathbb{E}(X) = \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot \mathbb{P}(X = i)$ .
- Varianza:  $V(X) = \mathbb{E}(X - \mathbb{E}(X))^2 = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2$ .
- $\mathbb{E}(C) = C$ ,  $\mathbb{E}(CX) = C\mathbb{E}(X)$ ,  $\mathbb{E}(\sum_{i=0}^N X_i) = \sum_{i=0}^N \mathbb{E}(X_i)$ .
- $V(C) = 0$ ,  $V(CX) = C^2V(X)$ .
- Covarianza:  $Cov(X, Y) = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}(X))(Y - \mathbb{E}(Y))]$ .
- Esperanza Condicional:  $\mathbb{E}(X|Y) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x|y)dx$ ,  $\mathbb{E}(X|Y) = \sum_{i=0}^{\infty} x_i \cdot p(x_i|y_i)$ .
- $\mathbb{E}(X) = \mathbb{E}(\mathbb{E}(X|Y))$ ,  $\mathbb{E}(Y) = \mathbb{E}(\mathbb{E}(Y|X))$ .
- Binomial:  $X \rightarrow B(n, p) \Rightarrow \mathbb{P}(x = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$ .
- Binomial Negativa:  $X \rightarrow BN(r, p) \Rightarrow \mathbb{P}(x = k) = \binom{k-1}{r-1} p^r (1 - p)^{k-r} \quad k = r.. \infty$ .
- Hipergeométrica:  $H \rightarrow H(n, N_A, N) \Rightarrow \mathbb{P}(x = k) = \frac{\binom{N_A}{k} \binom{N - N_A}{n - k}}{\binom{N}{n}}$ .
- Poisson (parámetro  $\lambda$ ):  $\mathbb{P}(X = i) = \frac{\lambda^i e^{-\lambda}}{i!}$ .
- Geométrica:  $\mathbb{P}(X = k) = (1 - p)^{k-1} p$ .
- Normal:  $X \rightarrow N(\mu, \sigma^2)$  si  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$ .
- Exponencial:  $X \rightarrow e(\lambda)$  si  $f(x) = \lambda e^{-\lambda \cdot x}$ ,  $x > 0$ .
- Uniforme:  $X \rightarrow U(a, b)$  si  $f(x) = \frac{1}{b-a}$  para  $x \in (a, b)$ .
- Gamma:  $X \rightarrow G(r, \alpha)$  si  $f(x) = \frac{\alpha}{\Gamma(r)} (\alpha x)^{r-1} e^{-\alpha x}$ , para  $x > 0$ , donde  $\Gamma(r) = \int_0^{\infty} x^{r-1} e^{-x} dx$ .

- Beta:  $X \rightarrow Be(\alpha, \beta)$  si  $f(x) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}$ , para  $0 \leq x \leq 1$ .
- Chi-Cuadrado:  $X \rightarrow \chi_n^2$  si  $f(x) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$  para  $x > 0$ .
- Rayleigh:  $X$  tiene Distribución de Rayleigh si:  $f(x) = \frac{x}{2} e^{-\frac{x^2}{2}}$ .
- Maxwell:  $X$  sigue una distribución de Maxwell si  $f(x) = \frac{2x^{n-1}}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} e^{-\frac{x^2}{2}}$ .
- Función Generadora de Momentos: La F.G.M. de una v.a.  $X$  está dada por:  
 $M_X(t) = \mathbb{E}(e^{tX})$ .  
 Continuo:  $M_X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x) dx$ , discreto:  $M_X(t) = \sum_{i=0}^{\infty} e^{tx_i} \mathbb{P}(X = x_i)$ .
- TCL: Sea  $\{X_i\}_{i=1}^N$  v.a. con  $\mathbb{E}(X_i) = \mu_i$ ,  $Var(X_i) = \sigma_i^2$ , Entonces, para  $N$  “grande”, se tiene que:
 
$$\frac{\sum_{i=1}^N X_i - \sum_{i=1}^N \mu_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2}} \rightarrow N(0, 1)$$
- Proceso de Poisson: Si los tiempos de ocurrencia de eventos se distribuyen exponenciales de parámetro  $\lambda$ , entonces  $\mathbb{P}(N(t) = k) = \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}$ , donde  $N(t)$ : Número de eventos ocurridos en  $[0, t]$
- Proceso de nacimiento y muerte: Probabilidades estacionarias:  $P_n = \frac{\prod_{i=0}^{n-1} \mu_i}{\prod_{i=0}^{n-1} \lambda_{i+1}} P_0$ , con  $\mu_i$ : tasa de nacimiento en el estado “i”,  $\lambda_i$ : tasa de muerte en el estado “i”.