Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema
Profesor Auxiliar : José Luis Malverde

Clase Auxiliar
22 de Junio 2006

1. Considere una partícula moviéndose en la dirección de la flecha, desde la zona I a la zona II. Entre las dos zonas existe una "barrera" rectangular de ancho a y altura V (éste es un modelo simplificado del denominado efecto túnel cuántico). Considere que la probabilidad de que la partícula cruce la barrera viene dada por e^{-CaV}, y las probabilidades de cruce de 2 barreras distintas son independientes. Considere ahora una barrera parabólica en donde se tiene:

$$B(x) = \frac{-V_0}{a^2}(x^2 - a^2) \qquad con x \epsilon [-a, a]$$

   a) Aproximando la barrera B(x) por medio de una sucesión de barreras rectangulares, calcule la probabilidad de cruce de esta barrera parabólica.
   En el caso de una función B(x) cualquiera cuánto vale esta probabilidad?

   b) Si partículas son emitidas desde I hacia II a una tasa λ,cul es la tasa a la cual se detectan en la zona II?(i.e. la tasa de partículas que cruza la barrera).

2. *a*) A un banco llegan clientes, los cuales se ponen en la fila de la única caja. Además se sabe que la probabilidad que el tiempo transcurrido entre la llegada de dos clientes sea mayor a 8 minutos es e^{-16}. La atención demora una media de 0,2 minutos.
      1) Modele el sistema y muestre que la solución de las ecuaciones de balance es:
      $$P_i = P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \quad \forall i$$
      2) Qué condición debe cumplirse para la existencia de probabilidades en régimen permanente? Se cumplen en este caso? Determine P_0.
      3) Otorgue las expresiones que permiten calcular el tiempo promedio de una persona en el sistema y el largo promedio de la cola.

   b) Suponga ahora que el banco funciona como autoservicio (vía internet) con tasa de llegada λ y tasa de autoatención μ. Modele el sistema.

3. Un famoso grupo de música va a realizar un concierto en Santiago. Se sabe que los fanáticos del grupo llegan al concierto en un tiempo distribuido exponencialmente de media 2 minutos. Al llegar, los fanáticos se ponen en una fila única

donde deben esperar que un guardia les corte las entradas, el cual demora un tiempo exponencial de media 1 minuto. Además, cuando hay i personas en la cola (incluyendo al que está siendo atendido por el guardia) y llega un nuevo fanático, existe una probabilidad r_i de que los fanáticos rompan la reja, en cuyo caso todos los fanáticos de la cola entrarán corriendo al concierto (con $r_0 = 0$) . Suponga que luego de caerse la reja, ésta es arreglada automáticamente y puede seguir el ingreso de fanáticos en forma regular. Modele el sistema.