

Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema

Profesor Auxiliar : José Luis Malverde

FORMULARIO CONTROL 2

22 DE MAYO 2006

- $\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)}$.
- $\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = \mathbb{P}(A_1)\mathbb{P}(A_2|A_1)\mathbb{P}(A_3|A_2 \cap A_1)\dots\mathbb{P}(A_n|A_1 \cap \dots \cap A_{n-1})$.
- $\mathbb{P}(A) = \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(A_i)\mathbb{P}(A|A_i)$ donde $\{A_i\}_{i=1}^n$ es partición, i.e. $A_i \cap A_j = \emptyset \forall i \neq j$ y $\bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega$.
- $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$.
- $\mathbb{P}(\bigcup_{i=1}^n A_i) = \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(A_i) - \sum_{i,j=1}^n \mathbb{P}(A_i \cap A_j) + \sum_{i,j,k=1}^n \mathbb{P}(A_i \cap A_j \cap A_k) \dots$
- $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A) \wedge \mathbb{P}(B|A) = \mathbb{P}(B) \Rightarrow \mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$.
- $\mathbb{P}(A) = \int_A f(x)dx$, $F(X) = \sum_{\{X_i|X_i \leq X\}} \mathbb{P}(X_i)$, $F(X) = \int_{-\infty}^X f(x)dx = \mathbb{P}(x \leq X)$.
- $f(x) = \frac{\delta F(X)}{\delta X}$.
- $f_Y(y) = f_X(H^{-1})|\frac{\delta H^{-1}(y)}{\delta y}|$ con $Y = H(X)$.
- (X, Y) vector probabilidad, con densidad conjunta $f(x, y)$ si X e Y son v.a. y $f(x, y) \geq 0$, $\forall x, y \in \mathbb{R}^2$ y $\int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} f(x, y) = 1$.
- Sea (X, Y) vector probabilidad. $F(x, y) = \mathbb{P}(X \leq x, Y \leq y)$, $\frac{\delta^2}{\delta x \delta y} F(x, y) = f(x, y)$.
- $f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)dy$. Si X e Y son independientes, $f(x, y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)$.
- $f(x|y) = \frac{f(x, y)}{f_Y(y)}$.
- T.C.V: $f_{U,V}(u, v) = f_{X,Y}(x(u, v), y(u, v)) \cdot |\det(J)|$ donde J es la matriz jacobiana del cambio de variables.
- Probabilidades Totales (caso continuo): $\mathbb{P}(A) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbb{P}(A|Y = y)f_Y(y)dy$.

- Esperanza: $\mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx$, $\mathbb{E}(X) = \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot \mathbb{P}(X = i)$.
- Varianza: $V(X) = \mathbb{E}(X - \mathbb{E}(X))^2 = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2$.
- $\mathbb{E}(C) = C$, $\mathbb{E}(CX) = C\mathbb{E}(X)$, $\mathbb{E}(\sum_{i=0}^N X_i) = \sum_{i=0}^N \mathbb{E}(X_i)$.
- $V(C) = 0$, $V(CX) = C^2 V(X)$.
- Covarianza: $Cov(X, Y) = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}(X))(Y - \mathbb{E}(Y))]$.
- Esperanza Condicional: $\mathbb{E}(X|Y) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x|y) dx$, $\mathbb{E}(X|Y) = \sum_{i=0}^{\infty} x_i \cdot p(x_i|y_i)$.
- $\mathbb{E}(X) = \mathbb{E}(\mathbb{E}(X|Y))$, $\mathbb{E}(Y) = \mathbb{E}(\mathbb{E}(Y|X))$.
- Binomial: $X \rightarrow B(n, p) \Rightarrow \mathbb{P}(x = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$.
- Binomial Negativa: $X \rightarrow BN(r, p) \Rightarrow \mathbb{P}(x = k) = \binom{k-1}{r-1} p^r (1-p)^{k-r} \quad k = r.. \infty$.
- Hipergeométrica: $H \rightarrow H(n, N_A, N) \Rightarrow \mathbb{P}(x = k) = \frac{\binom{N_A}{k} \binom{N-N_A}{n-k}}{\binom{N}{n}}$.
- Poisson (parámetro λ): $\mathbb{P}(X = i) = \frac{\lambda^i e^{-\lambda}}{i!}$.
- Geométrica: $\mathbb{P}(X = k) = (1-p)^{k-1} p$.
- Normal: $X \rightarrow N(\mu, \sigma^2)$ si $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$.
- Exponencial: $X \rightarrow e(\lambda)$ si $f(x) = \lambda e^{-\lambda \cdot x}$, $x > 0$.
- Uniforme: $X \rightarrow U(a, b)$ si $f(x) = \frac{1}{b-a}$ para $x \in (a, b)$.
- Gamma: $X \rightarrow G(\alpha, r)$ si $f(x) = \frac{\alpha}{\Gamma(r)} (\alpha x)^{r-1} e^{-\alpha x}$, para $x > 0$, donde $\Gamma(r) = \int_0^{\infty} x^{r-1} e^{-x} dx$.
- Beta: $X \rightarrow Be(\alpha, \beta)$ si $f(x) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}$, para $0 \leq x \leq 1$.
- Chi-Cuadrado: $X \rightarrow \chi_n^2$ si $f(x) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$ para $x > 0$.
- Rayleigh: X tiene Distribución de Rayleigh si: $f(x) = \frac{2x}{2} e^{-\frac{x^2}{2}}$.
- Maxwell: X sigue una distribución de Maxwell si $f(x) = \frac{2x^{n-1}}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} e^{-\frac{x^2}{2}}$.