

Universidad de Chile

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

**Control 2**  
**17 de Octubre de 2005**

PROFESOR: FERNANDO LEMA

AUXILIARES: JOSÉ LUIS MALVERDE S.    GABRIELA TREBITSCH T.

- P1.-** a) Considere una variable aleatoria  $X \rightarrow N(0, 1)$  determine la función de densidad de la variable aleatoria  $Y = X^2$ .
- b) Una fábrica produce tornillos de distintos tipos, uno de los cuales tiene una longitud que es una v.a.  $N(\mu, \sigma^2)$
- i) Si el 16 % de los tornillos mide más de 4.2 cms. y el 31 % mide menos de 3.9 cms. determine  $\mu$  y  $\sigma^2$
- ii) En adelante suponga  $\mu = 4,1$ ,  $\sigma = 0,1$ . Se sacan tornillos (de un gran lote) uno a uno, hasta obtener uno que mida más de 4.3 cms. Calcule la probabilidad de tener que realizar al menos 18 extracciones.
- c) Determine la cantidad de tornillos necesarios, para que el promedio de sus longitudes no exeda la media en más de 0.1 cms. con probabilidad 0.95.
- P2.-** En cierto sector de Santiago los vehículos circulan con velocidades  $V$  (km/h) que pueden ser adecuadamente modeladas por una distribución  $U(20, 40)$  (km/h). Por otro lado y debido a los distintos tipos de vehículos, formas de conducir, imprevistos, etc. el rendimiento  $R$  (km/lt) para una velocidad  $V$  fija queda dado por la función densidad:
- $$f_{R/V}(r|v) = \frac{50}{v^2}r \quad 0 < r < \frac{v}{5}$$
- a) Calcule el rendimiento promedio para todos los vehículos que circulan por el sector.
- b) Calcule la probabilidad que el rendimiento supere los  $4km/lt$  para vehículos que circulan a menos de  $30km/h$ . Son  $R$  y  $V$  independientes?
- P3.-** a) Sean  $X, Y \rightarrow N(0, 1)$  independientes. Usando T.C.V. determine la fdp. de  $Z = \frac{X}{Y}$ .  
NOTA: se dice que  $Z$  sigue una distribución de Cauchy.
- b) Una máquina tiene una probabilidad constante  $p = 0,1$  de fallar un día cualquiera (independiente de otro) Si la máquina no tiene fallas durante una semana (cinco días) se obtiene una utilidad de 5 U.M. Si tiene una o dos fallas se obtiene una utilidad de 2 U.M. En caso contrario se obtiene una pérdida de 20 U.M. La máquina falla a lo más una vez al día y cuando lo hace es reparada para el día siguiente. Calcule la esperanza y varianza de la v.a. "Utilidad esperada".